Milena Strnad

STIČIŠČE 8

MATEMATIČNI UČBENIK

za 8. razred osnovne šole

ZALOŽNIŠTVO JUTRO

Viš. pred. mag. Milena Strnad

STIČIŠČE 8

Matematični učbenik za 8. razred osnovne šole

Ilustracije:
Ciril Horjak (po vsebinski zasnovi Milene Strnad)

Avtorski prispevki:
dr. Boštjan Kuzman je avtor sestavka *Dinamična geometrija* v Uvodnem poglavju;
dr. Amalija Žakelj je avtorica sestavkov *Empirične* in *Matematične preiskave* v Uvodnem poglavju.

Uredila:
Milena Strnad

Tehniške risbe:
Martin Zemljič, dr. Matjaž Željko

Strokovni pregled:
prof. dr. Mihael Perman in Nives Zavodnik, predmetna učiteljica

Jezikovni pregled:
mag. Breda Sivec

Korekture:
Milena Štuklek, Alen Divjak, prof.

Prelom in oblikovanje:
Milena Strnad, Martin Zemljič

Oprema:
ONZ Jutro (ilustracija Ciril Horjak)

Izdalo in založilo:
Založništvo JUTRO,
Jutro d.o.o., Črnuška cesta 3, Ljubljana

Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje je na 158. seji dne 6. 6. 2013 s sklepom št. 013-1/2013/75 potrdil knjigo »STIČIŠČE 8, Matematični učbenik za 8. osnovne šole« kot učbenik za pouk matematike v 8. razredu osnovnošolskega izobraževanja.

Ponatis 2015

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

51(075.2)

STRNAD, Milena
Stičišče 8. Matematični učbenik za 8. razred osnovne šole / Milena Strnad ; [ilustracije Ciril Horjak ; avtorska prispevka Boštjan Kuzman, Amalija Žakelj]. - Ponatis. - Ljubljana : Jutro, 2015

ISBN 978-961-6746-70-0
281078272

NAROČILA:

JUTRO d.o.o., Črnuška c. 3, p.p. 4986, 1001 Ljubljana

Tel. (01) 561-72-30, 041 698-788

Faks (01) 561-72-35

E-pošta: Info@jutro.si • www.jutro.si

Vsebina

Opomba: ♦ Snov iz **izbirne vsebine** v razdelku ali posamezni nalogi.
Snov ali naloga, ki presega predpisani učni načrt iz leta 2011.

Draga učenka, dragi učenec,

dobrodošel/-la na naši nadaljnji skupni poti. Na njej boš spoznaval/-a nova števila, nove matematične pojme, zakone in povezave ter pridobil/-a nove računske veščine.

Dela se loti z zaupanjem v lastne sposobnosti, predvsem pa upoštevaj, da se z učenjem matematike učiš tudi razmišljati.

Vse, kar ti prinaša *Stičišče 8*, ti je dosegljivo, če si pripravljen/-a v učenje matematike vložiti nekaj dela. Priporočam ti, da učbenika ne uporabljaš le pri reševanju nalog. Razlaga v njem in rešeni zgledi ti bodo koristili, če boš segel/-la po njem pred razlago v šoli ali po njej. Po povzetkih na barvni podlagi sezi vsakič, ko se boš lotil/-a reševanja nalog iz tega razdelka. Trud se bo obrestoval na več področjih, ne le pri matematiki. Tak način dela prej ali slej vsakemu omogoči samostojno učenje.

Zgradbo učbenika poznaš že iz prejšnjih let. V večkratno branje ti priporočam razdelke *Ponavljamo* in *Preverjamo: Vem in znam*. Ob prvih boš osvežil/-a staro znanje, ki se ti bo tako še globlje zasidralo v spomin in ti ne bo koristilo le pri matematiki. Ob drugih boš sproti utrdil/-a snov vsakega poglavja. To je dobra popotnica za uspeh pri različnih preverjanih znanja in dober način za pridobitev trajnega znanja.

V *Stičišču 8* je veliko različnih nalog, ki so po zahtevnosti razporejene v tri skupine. Rešuj jih po nasvetu učiteljice ali učitelja. Ne manjka izzivov in predlogov za empirične in matematične preiskave. Vse to je zbrano v prvem poglavju, kjer boš našel/-a tudi več namigov in priporočil, kako se uporablja računalo in kako lahko sežeš po interaktivnih računalniških programih.

V vsakem poglavju te čakajo tudi trije preizkusi, s katerimi lahko samostojno preveriš znanje in posežeš po »bronasti«, »srebrni« ali »zlati kolajni«.

Naj ti prišepnem, da sta volja in zaupanje vase ob vztrajnem sprotnem delu najboljši način za dosego bližnjih in daljnjih ciljev. Pogumno in veselo stopi na novo pot in vso srečo!

Milena Strnad

Vsebina *STIČIŠČE 8*. **Matematični učbenik za 8. razred osnovne šole**

Snov je razdeljena na poglavja, ta pa na razdelke z uvodnimi naslovi:
Ponavljamo, Spoznavamo, Utrjujemo, Preverjamo.

Učinkovito delo z učbenikom omogoča posebna knjiga **Stičišče 8. Slikovno gradivo za pregledne zapiske.** V njej najdeš:
- na papirju vse slike nalog in preglednic iz učbenika, da jih lahko nalepiš v zvezek,
- več praznih diagramov raznih vrst,
- preglednice za pretvarjanje merskih enot.

Poglavje se prične z uvodno stranjo, ki nakaže vsebino.

Razdelek *Ponavljamo* omogoči, da osvežiš pojme in pravila iz preteklih let. V reševanje ponudi tudi nekaj nalog.

V razdelkih *Spoznavamo* se seznaniš z novo snovjo. Vanjo te uvede dogodek, prikazan na ilustraciji. Sledita zgoščena **razlaga** z izpisanimi trditvami na barvni podlagi s preprostimi **rešenimi zgledi** ter skupina na tri ravni razporejenih nalog.

Pomembna pravila iz obvezne snovi so zapisana na rumeni podlagi.

Trditve, zapisane na zahtevnejši način, so zapisane na modri podlagi.

Trikotnik z vprašajem te vabi k razmisleku ob zastavljenemu vprašanju. Odgovor preveriš v rešitvah ali pa ga najdeš v nadaljevanju razlage.

Sledijo **naloge** vseh vrst. Razporejene so na preproste (zelene številke), zahtevne (modre številke) in na zahtevnejše (rdeče številke).
Ob številkah nalog najdeš dodatne znake.

Zakrpan balonček pomeni, da gre za nalogo, v kateri je namerno narejena kaka napaka; ima lahko preveč ali premalo podatkov; lahko ima več rešitev ali pa nobene.

Knjiga opozarja, da naloga preverja teoretično znanje. Zahteva pojasnila, ne računanja.

Lupa nad knjigo nakazuje, da je naloga malo zahtevnejša, morda celo raziskovalna.

Mislec nakazuje, da gre za zahtevnejšo nalogo.

Računalo vabi, da ga uporabiš.

Svinčnik opozarja, da sliko ali tabelo iz te naloge prerišeš ali prepišeš v zvezek. Preprosteje in hitreje pa gre, če jo izrežeš iz posebne knjižice **Stičišče 8. Slikovno gradivo za pregledne zapiske** in jo nalepiš v zvezek.

Raziskovalec vabi, da se lotiš *izziva* ali zahtevnejše matematične naloge.

Geogebra vabi, da njo ali kak drug interaktivni program uporabiš ob reševanju nalog.

** **Zvezdica** ali **zvezdici** sporočata: »Ne preskoči me.«

Pomoč
Učbenik dopolnjuje v celoto knjiga **Stičišče 8. Rešitve nalog.** Dobiš jo ob nakupu učbenika. Pogosto jo vzemi v roke. V njej poleg rešitev najdeš tudi namige, kako reševati, dodatna pojasnila, včasih tudi dodatno razlago.
Rešitev ne prepisuj! Samo primerjaj jih s svojimi izračuni.

Besedilo in slike na barvni podlagi med nalogami prinašata razne matematične zanimivosti in sem ter tja tudi razširitev obravnavane snovi.
Besedilo in slike na barvni podlagi ali v okvirčku ob strani prinašata pomembne matematične zakone, dogovore, formule ipd.

Razdelek *Ponavljamo* z naslovom **Vem in znam** prinaša kratke povzetke snovi iz vsakega poglavja.
Razdelek *Utrjujemo* z naslovom **Do trdnega znanja** ponuja več nalog, razvrščenih na tri ravni zahtevnosti. Nadomešča zbirko vaj. Z njim se zaključi vsako poglavje.
Razdelek *Preverjamo* pod naslovom **Do medalj** ponuja tri preizkuse znanja.
Prvi je zelo preprost, drugi je nekoliko zahtevneši, tretji pa še malo zahtevnejši.

Stvarno kazalo usmerja k iskanim pojmom.

Rešitve razdelkov *Preverjamo, Do medalj* najdeš na koncu učbenika. Rešitve vseh preostalih nalog iz učbenika najdeš v posebni knjigi **Stičišče 8. Rešitve nalog**. Dobiš jo skupaj z učbenikom.

Uvodno poglavje U

Poglavje vključuje več vsebin.

- Kratko ponovitev o *vrstah podatkov* ter o njihovem *urejanju* in *prikazovanju*. Snov, ki jo že dobro obvladaš, predstavi naša Tina. Njena vztrajnost, delavnost in požrtvovalnost naj ti bodo vzor in spodbuda pri učenju.
- Kratko ponovitev o uporabi *elektronskih preglednic*, ki si jih spoznal/a v *Stičišču* 6.
- Novost tega poglavja je razdelek o *dinamični geometriji*. Odpira vrata v rabo različnih geometrijskih računalniških programov, ki so uporabni pri reševanju problemov in pri različnih raziskovanjih.
- Obnovi primer *empirične* in *matematične preiskave* ter ponudi več problemov in izzivov v reševanje.
- Poglavje zaključi preglednica o rabi *žepnega računala*, ki ponovi in dopolni napotke o njegovi rabi.

Poglavje je drugačno od preostalih. Ponuja kratko ponovitev snovi se ne navezuje le na večino poglavij v učbeniku, ampak se dotika tistih aktivnosti, v katerih uporabljamo matematiko pri drugih dejavnostih v šoli in življenju. Velja priporočilo, da sežeš po vsebini tega poglavja takrat, ko bo to potrebno.

Prelomni dosežki Tine v sezoni 2012/13

1. 1. 2013 Munchen slalom	Osvojila 50. stopničke v karieri.
13. 1. 2013 St. Anton superveleslalom	1. superveleslalomska zmaga. Postala šesta smučarka s takim uspehom.
26. 1. 2013 Maribor slalom	Osvojila veleslalomski globus.
27. 1. 2013 Maribor slalom	Zlata lisička.
24. 2. 2013 Meribel superkombinacija	18. stopničke v sezoni. Izenačila rekord Hanni Wenzel in Pernille Wiberg.
14. 3. 2013 Lenzerheide superveleslalom	Osvojila superveleslalomski globus.
16. 3. 2013 Lenzerheide slalom	Osvojila 3. mesto.
17. 3. 2013 Lenzerheide veleslalom	S 2 414 točkami prva v zgodovini presegla 2 000 točk.

Piktogram, Vir: Delo, 18. marec 2013

Vrste, urejanje in prikazovanje podatkov

Vrste podatkov. Kodiranje, čiščenje, štetje

Podatek **je zapis opazovanja, štetja ali meritve.** ***Štejemo*** **stvari, osebe . . .,** ***merimo*** **količine.**

Opisne podatke **izražamo z besedami in včasih tudi s številkami, npr. modro, zeleno, moški, ženska, telefonska številka 041 254 788 ipd.**
Številske podatke **izražamo s števili. Delimo jih na:**
- ***nezvezne*** **in jih pridobimo s štetjem in zapisujemo z** ***naravnimi števili*****.**
- ***zvezne*****, ki so rezultat merjenj in jih zapisujemo z** ***racionalnimi števili*****, npr. 17 kg,** 9,7 **m** . . .

Zbrane podatke pogosto ***kodiramo*** **in** ***čistimo*****.**
- ***Kodiranje*** **imenujemo postopek, pri katerem uporabljamo okrajšan zapis podatkov s** ***kodo*****, npr. moškega označimo z 0, žensko z 1.**
- ***Čiščenje podatkov*** **pomeni izločanje nepopolnih podatkov.**

Urejanje in štetje

- **Številske in opisne podatke** ***urejamo*** **ali** ***razvrščamo*** **po velikosti v** ***vrsto*****, po abecedi pa v** ***leksikografsko vrsto*****.**
- **Opisne podatke** ***razporejamo*** **ali** ***sortiramo*** **v** ***skupine*** **ali** ***kategorije*** **po eni ali več lastnostih.**
- **Številske podatke** ***razporejamo*** **ali** ***sortiramo*** **v** ***razrede*****.**
  Razred **določata dve števili, npr. 3–6; njuna razlika določa** ***širino razreda*****, npr.** $6 - 3 = 3$.

Prikaz podatkov

Urejene podatke prikažemo z *diagrami* različnih vrst. Vse, ki jih že dobro obvladamo, samo ponovimo ob ogledu in analizi *piktograma (prejšnja stran), preglednice, stolpičnega diagrama* in *linijskega diagrama*. Vsi prikazujejo izjemne dosežke *Tine Maze* v zimski sezoni 2012/2013. Ob njih vidimo tudi, kako zna spretna oblikovalka suhoparne podatke narediti privlačnejše.

Preglednica

Dobitnice velikega kristalnega globusa v zadnjem desetletju

	sezona	točke
Tina Maze	2012/13	2.414
Lindsey Vonn	2011/12	1.980
Maria Höfl-Riesch	2010/11	1.728
Lindsey Vonn	2009/10	1.671
Lindsey Vonn	2008/09	1.788
Lindsey Vonn	2007/08	1.403
Nicole Hosp	2006/07	1.572
Janica Kostelić	2005/06	1.970
Anja Pärson	2004/05	1.359
Anja Pärson	2003/04	1.561

Stolpični diagram

Linijski diagram

Vir: Delo, 18. marec 2013

Preostale diagrame ponovimo ob splošnih primerih

Diagram na traku

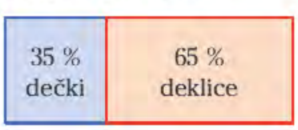
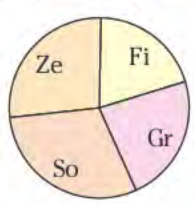
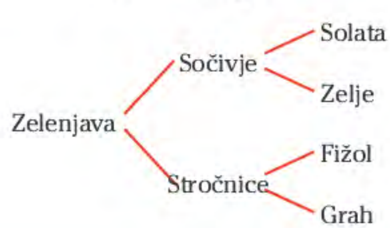


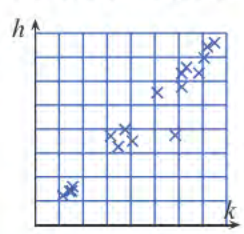
Diagram s krogom ali tortni diagram



Drevesni diagram



Razsevni diagram



Naloge

1 *

Podatke iz preglednice *Dobitnice velikega kristalnega globusa v zadnjem desetletju* s prejšnje strani prikaži
- **a)** s stolpičnim diagramom,
- **b)** s piktogramom.

2 *

Oglej si podatke iz linijskega diagrama *Uvrstitve Tine Maze v skupnem seštevku* s prejšnje strani.
- **a)** Podatke prikaži s preglednico.
- **b)** Podatke prikaži s stolpičnim diagramom.
- **c)** Kritično oceni, kateri diagram najbolje izraža dosežene rezultate *Tine* in njene ekipe.

3 *

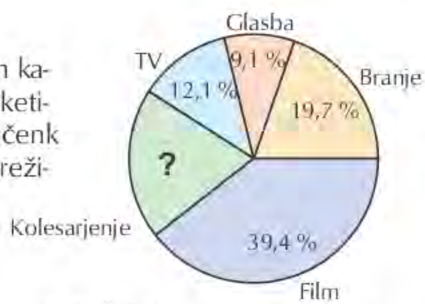
Podatke iz stolpičnega diagrama *Najboljših 5 po številu osvojenih točk v svetovnem pokalu* prikaži s preglednico in še z diagramom z vrsticami.

4

Jure je vsako jutro ob 7. uri, od ponedeljka do sobote, zapisoval izmerjene temperature:
15 °C, 16 °C, 13 °C, 14 °C, 12 °C, 11 °C.
- **a)** Uredi podatke v preglednico.
- **b)** Prikaži temperature z linijskim diagramom.
- **c)** Ugotovi, kateri dan je bila temperatura najvišja (najnižja).

5

Diagram s krogom kaže, kako je 66 anketiranih učencev in učenk osmih razredov preživljalo prosti čas.



- **a)** Izpiši podatke v preglednico.
- **b)** Koliko učenk in učencev, izraženo v procentih, kolesari?
- **c)** Ugotovi število učenk in učencev, ki se ukvarjajo s posameznimi dejavnostmi.
- **č)** Prikaži *Preživljanje prostega časa* učencev in učenk z diagramom na traku.

6

Deset dni počitnic bo 33 učencev iz dveh 8. razredov preživelo takole: 10 jih bo taborilo, 15 jih bo šlo na morje, trije bodo letovali ob jezeru, pet pa jih bo kolesarilo po gorskih poteh.
Prikaži počitnikovanje učencev:
- **a)** s preglednico,
- **b)** z diagramom s krogom,
- **c)** z diagramom na traku.

7

100 ljudi je takole preživelo soboto: 65 jih je šlo na izlet, 15 v gledališče, 5 na koncert, preostali so šli v kino. Prikaži njihove dejavnosti s preglednico, s stolpičnim diagramom in z drevesnim diagramom.

8

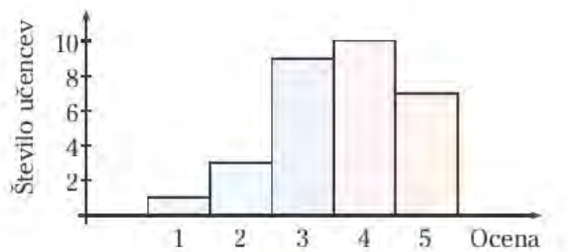
Med 90 učenci so izvedli anketo o dejavnostih zunaj pouka. Odgovori so zbrani v preglednici.

Dejavnost	Število učencev
Šport z žogo	12
Glasbena šola	20
Tuji jeziki	23
Atletika	19
Gledanje TV	16

Prikaži dejavnosti z diagramom s stolpci.

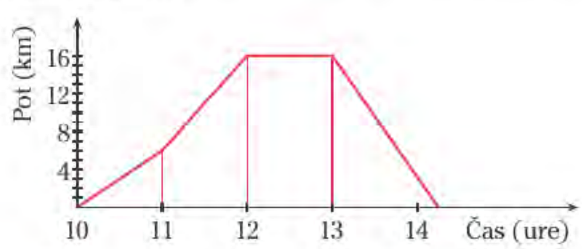
9

Preberi iz diagrama rezultate preglednega testa iz matematike učencev 8. razredov in jih uredi v preglednico.



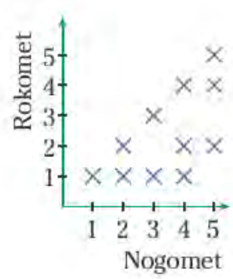
10

Tone se odpravi od doma po ravni cesti. Diagram kaže, kako se spreminja razdalja od doma. Ugotovi, kateri del grafa ustreza gibanju od doma, počitku in vračanju domov.



11

Razsevni diagram kaže, kateri športni panogi so anketiranci z lestvico od 1 do 5 dali prednost. Pojasni.



Elektronske preglednice in grafikoni

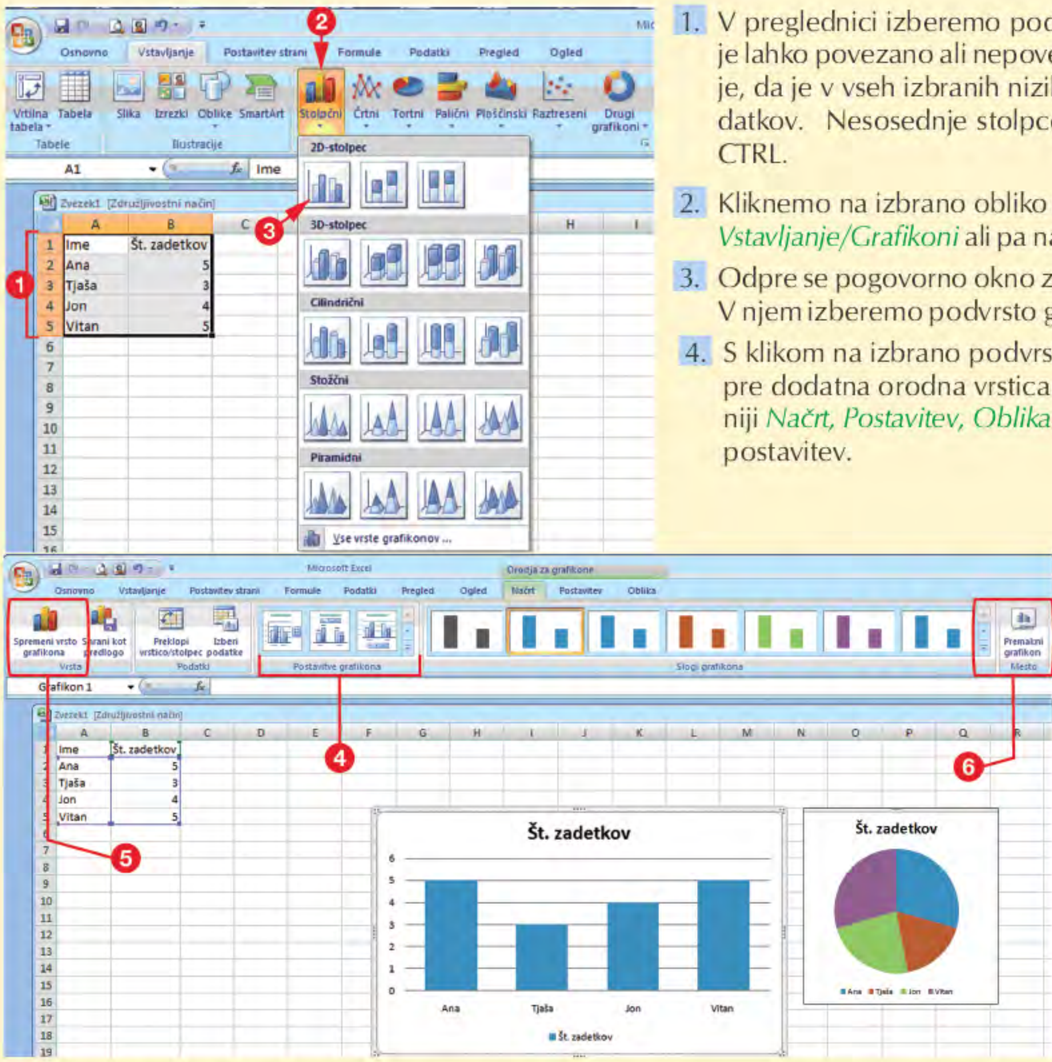
V elektronsko preglednico podatke vseh vrst hitreje vpišemo, laže jih sortiramo, prečistimo ter pregledno uredimo in grafično predstavimo.
S številskimi podatki program celo samodejno računa.

Opomba: V *Stičišču* 6 ali kakem ustreznem priročniku ponovi, kako to storiš.

Elektronske preglednice nazorno predstavijo podatke. Ob tem so tudi izhodišče za slikovne prikaze različnih oblik. Te smo doslej imenovali *diagrami*, v računalništvu pa jim rečemo *grafikoni*.

Grafikon **je slikovna predstavitev podatkov. Nastane neposredno na podlagi elektronske preglednice.**
Prednost grafikonov pred narisanimi grafi je v tem, da sprememba podatkov v preglednici samodejno spremeni tudi grafikon, z izbiro vrste grafikona pa tudi njegovo obliko.
V grafikonih navadno predstavljamo dva *niza*, to je dve skupini, odvisnih podatkov.

Koraki risanja grafikonov



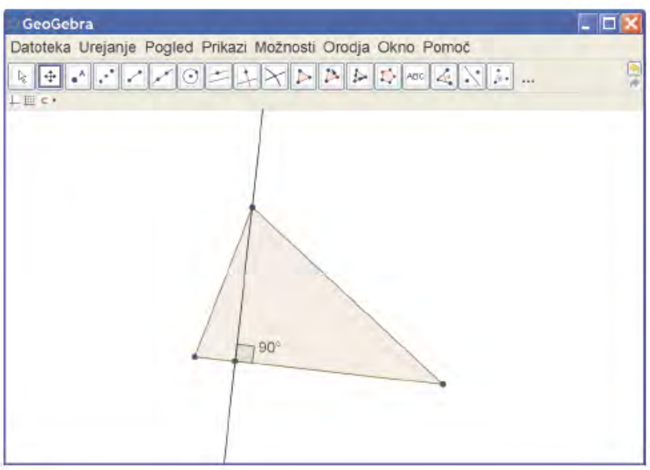
1. V preglednici izberemo področje podatkov, ki je lahko povezano ali nepovezano. Pomembno je, da je v vseh izbranih nizih enako število podatkov. Nesosednje stolpce združimo s tipko CTRL.
2. Kliknemo na izbrano obliko grafikona v meniju *Vstavljanje/Grafikoni* ali pa na sivo puščico.
3. Odpre se pogovorno okno z različnimi možnostmi. V njem izberemo podvrsto grafikona.
4. S klikom na izbrano podvrsto grafikona se odpre dodatna orodna vrstica za grafikone z meniji *Načrt, Postavitev, Oblika*. Izberemo želeno postavitev.
5. Če s sliko nismo zadovoljni, se ponujata dve možnosti:
   - klik na gumb *Spremeni vrsto grafikona* odpre pogovorno okno, v katerem izberemo novo obliko,
   - klik na gumb *Preklopi med vrstico in stolpcem* spremeni način risanja podatkov.
6. Postavitev grafikona izberemo z gumbom *Premakni grafikon/Mesto*. Če želimo, da se grafikon pojavi samostojno na delovnem listu, kliknemo *Premakni grafikon* in v pogovornem oknu izberemo s klikom nov delovni list. Izbiro potrdimo z *enter*.

1 Spoznavamo — Uporaba orodij za dinamično geometrijo

Uvod v rabo programa Geogebra

Za nazornejšo ponazoritev matematičnih vsebin so danes na voljo številna računalniška orodja. Med njimi so tudi programi za dinamično geometrijo, na primer GeoGebra, Ravnilo in šestilo, Cabri Géomètre. Z njimi lahko izdelaš raznovrstne geometrijske konstrukcije in raziskuješ njihove lastnosti.

Nekaj zmožnosti tovrstnih programov si bomo ogledali na primeru programa GeoGebra, ki je na voljo v slovenskem jeziku in je brezplačno dostopen na svetovnem spletu.



1. Poženi program GeoGebra in si pozorno oglej vsebino okna na zaslonu.
2. Sličice v kvadratnih okvirčkih predstavljajo različna orodja. Ugotovi, katera orodja so ti na voljo.

Namig: Opis orodja se prikaže, če miškin kazalec postaviš na orodje in nekaj trenutkov počakaš.

3. Z orodji lahko sestavljaš konstrukcije na risalni površini. S klikom miške izbereš ustrezno orodje in nato z njim dodajaš nove objekte v konstrukciji.
4. Z orodjem za pomikanje lahko premikaš posamezne neodvisne objekte (na primer točke). Ob tem se bodo hkrati spreminjali vsi od njih odvisni objekti.

Namig: Vizualne lastnosti objektov (na primer barvo ali debelino premice) lahko spreminjaš tudi z desnim klikom miške na objekt.

5. Izdelane konstrukcije si lahko shraniš ali izvoziš kot grafiko, animacijo ali spletno stran, če izbereš ustrezni ukaz v meniju Datoteka.

Opozorilo
Razporeditve orodij in ukazov se lahko na tvojem zaslonu razlikujejo od prikazov na sliki.

Naloge

Razišči možnosti GeoGebre tako, da rešiš naslednje naloge.

1

Katera orodja predstavljajo naslednje sličice?

a) b) c) č) d) e) f)

2

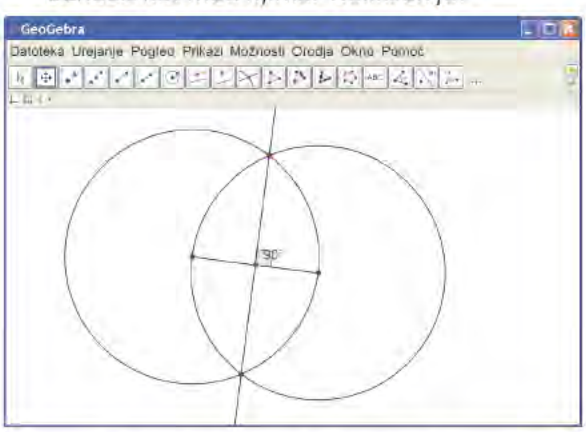
V geometrijskem oknu nariši daljico skozi dve točki in označi njeno razpolovišče z naslednjimi koraki.

a) Z orodjem **Nova točka** nariši na risalno površino dve točki.
b) Z orodjem **Daljica med dvema točkama** nariši daljico med njima.
c) Z orodjem **Središče daljice ali kroga** označi središče daljice.
č) Z orodjem **Premikanje** izberi središče daljice in ga pobarvaj z rdečo barvo.
d) Opiši, kaj se zgodi s središčem, če z orodjem **Premikanje** premikaš eno izmed krajišč daljice.
e) Izberi središče tako, da nanj klikneš z desnim gumbom miške. Prikaže se meni, v katerem izberi **Brisanje**. Izbriši daljico in njeni krajišči.

3

Nariši razpolovišče daljice skozi dve točki še podobno, kot bi ga konstruiral z ravnilom in šestilom.

a) Nariši dve krajišči in daljico med njima.
b) Izberi orodje **Krožnica s središčem in dano točko** in klikni najprej na eno krajišče, nato na drugo krajišče daljice. S tem narišeš krožnico s središčem v enem krajišču, ki poteka skozi drugo krajišče. Na enak način nariši še krožnico s središčem v drugem krajišču, ki poteka skozi prvo krajišče daljice.
c) Z orodjem **Presečišče dveh objektov** zaporedoma klikni na obe krožnici, da označiš njuni presečišči.
č) Z orodjem **Premica skozi dve točki** nariši premico skozi presečišči krožnic.
d) Z orodjem **Presečišče dveh objektov** označi presečišče začetne daljice in prej narisane premice. Dobiš razpolovišče daljice.
e) Z orodjem **Kot** izberi daljico in premico, da označiš kot med njima. Kolikšen je?



Namig: Če svoje konstrukcije ne vidiš v celoti, lahko z orodjem premakneš svoj pogled na risalno površino. Nastavitev povečave pa lahko spreminjaš z vrtenjem koleščka miške.

4

Z orodjem **Pravilni mnogokotnik** nariši pravilni 7-kotnik. Nato z orodjem **Kot** izmeri njegov notranji kot. Kolikšen je?

Namig: Že narisano konstrukcijo lahko na hitro zbrišeš tudi tako, da s kombinacijo tipk *Ctrl+A* izbereš vse objekte, nato pa pritisneš tipko *Delete* za izbris.

5

Z orodjem **Mnogokotnik** nariši poljuben trikotnik. Nato z orodjem **Pravokotnica** nariši nosilko višine skozi vsako njegovo oglišče. To storiš tako, da z orodjem **Pravokotnica** klikneš najprej na izbrano oglišče, nato pa na nasprotno stranico. Opazil boš, da se nosilke višin sekajo v skupni točki. Preveri, da to še vedno velja, tudi če oglišča poljubno premikaš. Ali presečišče višin vedno leži znotraj trikotnika?

6

Z orodjem **Mnogokotnik** nariši poljuben trikotnik in označi razpolovišča njegovih stranic z orodjem **Središče daljice ali kroga**. Nato vsako razpolovišče poveži z nasprotnim ogliščem z orodjem **Daljica med dvema točkama**.
Kako se imenujejo narisane daljice? Kaj pa njihovo presečišče?

7

Z orodjem **Mnogokotnik** nariši poljuben štirikotnik in označi razpolovišča njegovih stranic z orodjem **Središče daljice ali kroga**. Nato z orodjem **Mnogokotnik** poveži razpolovišča v nov štirikotnik. Kateri posebni štirikotnik si dobil? Poskusi premikati oglišča začetnega štirikotnika. Kako premikanje vpliva na obliko novega štirikotnika?

8

Dodatna orodja najdeš v meniju **Orodja**. Poišči orodje **Simetrala kota** v meniju **Orodja/Orodja za posebne črte**. Nato nariši trikotnik in mu s pomočjo tega orodja očrtaj krog.

Izziv

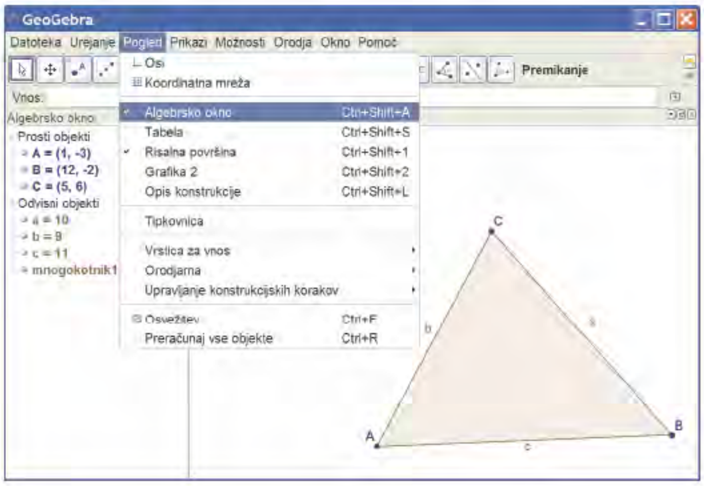
Nariši kvadrat samo z uporabo osnovnih orodij za risanje točk, premic, daljic, krožnic in označevanje presečišč.

Algebrsko okno, vrstica za vnos in koordinatna mreža

Ena od odlik GeoGebre je ta, da lahko ob narisanih geometrijskih objektih hkrati v posebnem oknu prikažemo tudi njihov algebrski opis ali lastnosti, na primer *koordinate* narisane točke, *dolžino* narisane daljice, *ploščino* narisanega trikotnika in podobno. To nam lahko zelo olajša vnos zahtevnejših objektov in raziskovanje nastalih konstrukcij.

Oglejmo si prikaz algebrskega okna.

Prikaz algebrskega okna lahko vklopimo in izklopimo v meniju Pogled.



Pojasnilo:
Če na risalno površino narišemo trikotnik, dobimo v algebrskem oknu seznam oglišč A, B, C z njihovimi koordinatami. Hkrati dobimo tudi seznam daljic a, b, c z njihovimi dolžinami ter objekt z imenom *mnogokotnik1*, ki predstavlja naš trikotnik, ustrezna vrednost pa njegovo ploščino.

Točke A, B, C so v našem primeru prosti objekti in jih lahko z orodjem za premikanje poljubno premikamo. Ob tem se hkrati spreminjajo vsi odvisni objekti, v našem primeru daljice in trikotnik.

Opomba:
Videz algebrskega okna na zaslonu se lahko zaradi drugačnih nastavitev programa razlikuje od prikaza na sliki.

V meniju **Pogled** lahko med drugim izberemo tudi prikaz **koordinatne mreže**, **koordinatnih osi** ali **vrstice za vnos**. Vrstica za vnos nam omogoča, da vnašamo objekte z ustreznimi ukazi tudi preko tipkovnice, kar je včasih hitreje in bolj natančno.

Naloge

9

Nariši poljuben trikotnik in vklopi algebrsko okno v meniju **Pogled**. Z desnim klikom miške na opis objekta v algebrskem oknu vklopi in izklopi prikaz imena narisanih točk in daljic.

10

V meniju Pogled vklopi prikaz koordinatne mreže in vrstice za vnos. Nato klikni na vrstico za vnos, vtipkaj $T = (2, 3)$ in pritisni vračalko. Kaj se zgodi? Na enak način vnesi še točki $U = (-1, 1)$ in $V = (0, 4)$, nato pa ukaz **Mnogokotnik**[T, U, V].

11

Na dva različna načina (z miško in preko vrstice za vnos) nariši točki s koordinatama $(1, 3)$ in $(4, -1)$ ter ju poveži z daljico. Kakšna je dolžina dobljene daljice?

POJASNILO

Pri nekaterih nalogah v učbeniku boš opazil/a znak. Te naloge najprej reši na običajen način, nato pa še z GeoGebro ali kakim drugim interaktivnim programom, ki ga uporabljaš.

Pojasni, katere preiskave imenujemo *empirične*.

Faze pri empiričnih preiskavah

1. **Razmislek o problemu in postavitev vprašanja**
   Razmislimo o danem problemu in izluščimo bistvo. V zvezi z izzivom si zastavimo eno ali več vprašanj.
2. **Zbiranje podatkov**
   Odločimo se o načinu zbiranja podatkov.
3. **Analiziranje podatkov**
   Podatke uredimo po velikosti, razporedimo v skupine in jih predstavimo s primernim diagramom. Če je potrebno, izračunamo aritmetično sredino.
4. **Ugotovitve in interpretacija ugotovitev**
   Ugotovitve opišemo z besedami in z uporabo matematičnih pojmov. Na koncu razmislimo, ali smo odgovorili na zastavljena vprašanja.

1 Obdelajmo dano empirično raziskavo po vseh naštetih fazah.

Šola organizira pet vrst športnih dejavnosti. Raziščimo, kateri šport je med učenci najbolj priljubljen.

K fazi 1. Razmislek o situaciji in postavitvi vprašanja

Razmislimo, kaj vse lahko vpliva na priljubljenost posameznega športa, nato pa se odločimo, s kakšnimi vprašanji bomo raziskali dani izziv.

Kdaj se izvajajo posamezne dejavnosti? V katerih prostorih potekajo? Kakšna oprema je na voljo učencem? Koliko učencev se udeležuje posamezne dejavnosti? Kaj vpliva na njihovo odločitev? Katere učence bomo spraševali?

Seveda se pojavi veliko vprašanj. Na vse ne bomo zmogli in znali odgovoriti. Odločimo se za eno, in sicer koliko učencev trenira posamezni šport, in v okviru dobljenih rezultatov na koncu poskušajmo komentirati rezultate.

K fazi 2. O zbiranju podatkov

Podatke lahko zberemo z vprašalnikom. Z anketo bomo ugotovili, koliko učencev trenira posamezni šport, ter prikazali, v kakšnem razmerju so deleži posameznih športov. Med učenci, ki se ne udeležujejo nobenega športa, ne bomo delali ankete.

Zbrane podatke o udejstvovanju učencev pri posameznem športu bomo prikazali s frekvenčno tabelo in s krožnim diagramom.

Tabela: *Frekvence o številu dejavnih učencev v posameznem športu*

Šport	Število
Košarka	30
Namizni tenis	15
Nogomet	20
Ples	15
Plavanje	10

K fazi 3. O analiziranju podatkov

Ker nas zanima predvsem, v kakšnem medsebojnem razmerju so posamezne športne zvrsti, bomo rezultate prikazali s krožnim diagramom. Za prikaz podatkov s krožnim diagramom je treba izračunati relativne deleže.

Za košarko je relativni delež 30/90. Zato ta razred predstavlja $\frac{1}{3}$ celotnega kroga. Središčni kot pripadajočega krožnega izseka je $\frac{1}{3}$ od 360°, to je 120°.

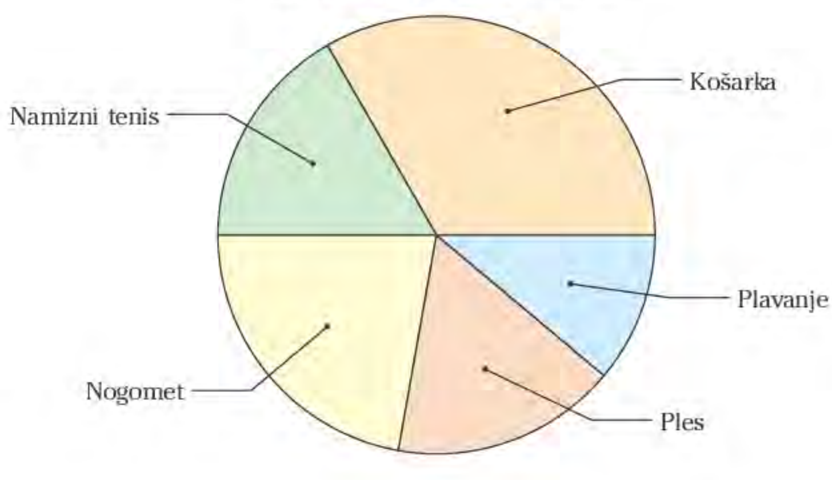
Tabela: *Relativni deleži po športnih zvrsteh*

Razred	Košarka	Namizni tenis	Nogomet	Ples	Plavanje
Relativni delež	$\frac{30}{90}$	$\frac{15}{90}$	$\frac{20}{90}$	$\frac{15}{90}$	$\frac{10}{90}$
Središčni kot	120°	60°	80°	60°	40°

Krožni diagram

Za prikaz podatkov je pomembno, da izberemo primerni diagram. Če želimo poudariti razmerje med podatki, je izbira krožnega diagrama najprimernejša. Treba pa je poudariti, da je zaporedje vrednosti smiselno predstaviti s krožnim diagramom le, če skupaj seštete vrednosti predstavljajo neko smiselno celoto. V našem primeru so to vsi športno dejavni učenci.

Najbolj priljubljene športne zvrsti



K fazi 4. O ugotovitvah in interpretaciji ugotovitev

S krožnim diagramom smo ponazorili razmerje med posameznimi športi ter deleže posameznih športov glede na učence, ki se s športom ukvarjajo. Največ učencev trenira košarko, in sicer kar $\frac{1}{3}$ vseh športno aktivnih. Takoj za košarko je nogomet, s katerim se ukvarja $\frac{2}{9}$ vseh vprašanih, najmanj pa s plavanjem, in sicer le $\frac{1}{9}$ športno dejavnih učencev. S plesom in namiznim tenisom se ukvarja enako število učencev. Glede na vse športnike je to $\frac{1}{6}$ vseh.

Razmislek. Rezultati so pokazali, da največ učencev trenira košarko. Verjetno lahko sklepamo, da je košarka precej priljubljena, seveda pa to ni dokaz o priljubljenosti tega športa. Ali bi bilo treba zbrati še druge podatke? Mogoče za namizni tenis šola nima primerne opreme, plavanje pa je ob neprimernem času.

Pri interpretaciji moramo biti zelo previdni ter upoštevati, katere podatke smo uspeli zbrati in katerih ne.

Primeri empiričnih preiskav

1

Razišči, ali se bolj izplača rezervirati počitnice v večjih ali manjših turističnih centrih. Razmisli, kako boš to ugotovil/a. Katere podatke bi bilo smiselno zbrati? Postavi raziskovalno vprašanje. Predstavi celotno preiskavo tudi sošolcem.

2

Razišči, ali bolje berejo fantje ali dekleta. Razmisli najprej o kriterijih dobrega branja. Postavi raziskovalno vprašanje. O ugotovitvah se pogovorite v razredu in jih skupaj komentirajte.

3

Razišči točnost prihodov in odhodov letalskih poletov za obdobje enega (dveh, treh ...) mesecev za izbrano letališče. Postavi raziskovalno vprašanje. Predstavi ugotovitve in jih utemelji.

4

Razišči, kako dolgo čakajo potniki na letališču/avtobusni postaji/železniški postaji. Razmisli, kako boš določil/a čakalni čas, in postavi raziskovalno vprašanje. Rezultate preiskave predstavi tudi sošolcem.

5

Razišči, kako uspešni ste v vašem razredu pri skoku v daljino. Razmisli, kako boš to ugotovil. Katere podatke bi bilo smiselno zbrati?

6

Razišči obisk fitnes centra. Postavi si vsaj tri zanimiva vprašanja, povezana z nakupom športnih »rekvizitov«.

7

Trgovine z živili/z oblačili/s športno opremo zelo pogosto nudijo popuste na posamezne izdelke.

a) Razišči, v katerih trgovinah v vašem kraju bi bilo v obdobju dveh mesecev najbolj ugodno kupovati živila. Razmisli o košarici živil. Postavi raziskovalno vprašanje.

b) Razišči, kako se spreminjajo popusti športne opreme in oblačil glede na letni čas. Izberi trgovine, ki so blizu tvojega kraja. Predstavi ugotovitve in ugotovitve primerjaj z ugotovitvami preiskave z enakim raziskovalnim vprašanjem.

c) Razišči, kako niha zaloga posameznih izdelkov glede na popuste, ki jih nudi trgovina. Postavi raziskovalno vprašanje. Katere podatke bi bilo smiselno zbrati?

8

V trgovini *Sladke sanje* stane 4 kilogramov medenih piškotov 8 €, v trgovini *Piškotek* pa 7 kg medenih piškotov stane 13,30 €. Pri nakupu medenih piškotov v trgovini *Sladke sanje* kupec za vsakih 10 plačanih kilogramov medenih piškotov dobi 1 kilogram medenih piškotov brezplačno. Razišči, v kateri trgovini se bolj izplača kupovati. Postavi raziskovalno vprašanje. Predstavi ugotovitve in jih utemelji.

9

Razišči spreminjanje temperature v obdobju treh tednov v tvojem domačem kraju, ob istem času dneva. Zberi podatke in jih smiselno obdelaj ter predstavi z ustreznim grafom. Kaj je smiselno izračunati? Razmisli, na kaj vse lahko vpliva sprememba temperature.

Kaj učitelj pojasnjuje učencem?

Kako odprte probleme imenujemo še drugače?

Reševanje izziva

Matematične preiskave **se nanašajo na matematične objekte in temeljijo na matematičnem premisleku. Naloge, ki jih rešujemo imenujemo *izzivi*.**

Imamo modele trikotnikov in štirikotnikov. Vsi modeli skupaj imajo 22 notranjih kotov. Razmislimo, koliko trikotnikov in štirikotnikov lahko naredimo pri danem pogoju. Raziščimo vse možne kombinacije.

1 Razmislimo in si postavimo vprašanje.

Verjetno imamo lahko različne kombinacije trikotnikov in štirikotnikov, ki imajo skupaj 22 notranjih kotov. Postavimo si nekaj vprašanj.

- *Koliko je lahko trikotnikov in koliko štirikotnikov, če imajo skupaj 22 notranjih kotov?*
- *Ali je mogoče, da bi imeli samo trikotnike ali pa samo štirikotnike?*
- *Največ koliko in najmanj koliko je lahko modelov likov pri danih pogojih?*

2 Rešujemo.

Če se dela lotimo sistematično, nam to pogosto pomaga tudi pri iskanju odgovora oz. uvidu v rešitev problema. Izpišemo vse možne kombinacije trikotnikov in štirikotnikov, ki imajo skupaj 22 notranjih kotov. Kot izhodišče lahko npr. izberemo število trikotnikov in nato glede na preostalo število kotov določimo še število štirikotnikov. Npr. če začnemo z enim trikotnikom, lahko iz preostalih 19 kotov naredimo še največ štiri štirikotnike, nato izberemo dva trikotnika in določimo število štirikotnikov in tako naprej, dokler ne izčrpamo vseh možnosti. Seveda bi se reševanja lahko lotili tudi kako drugače. Pomembno je le, da se iskanja lotimo sistematično oz. na tak način, da vemo, ali smo preverili vse možnosti. Tudi zaradi preglednosti zapisujmo podatke in ugotovitve v tabelo.

Število trikotnikov	Število štirikotnikov	Število kotov v obeh likih skupaj
1 (3 koti)	4 (16 kotov)	19 kotov
2 (6 kotov)	**4 (16 kotov)**	**22 kotov**
3 (9 kotov)	3 (12 kotov)	21 kotov
4 (12 kotov)	2 (8 kotov)	20 kotov
5 (15 kotov)	1 (4 koti)	19 kotov
6 (18 kotov)	**1 (4 koti)**	**22 kotov**
7 (21 kotov)	0 (0 kotov)	21 kotov

Razmislimo še, ali so lahko vsi modeli trikotne ali vsi štirikotne oblike.
Preprosto deljenje nas prepriča, da to ni mogoče.

$22 : 3 = 7$ in (1 ostane).
$22 : 4 = 5$ in (2 ostane).

3 Ugotovimo. Ugotovitve lahko preberemo iz tabele. Mogočih je 6 trikotnikov in 1 štirikotnik ali pa 2 trikotnika in 4 štirikotniki. Najmanjše število modelov likov je lahko 6, največje pa 7. Samo trikotni ali smo štirikotni modeli niso možni.

4 Utemeljimo z računanjem.
Imamo lahko 6 trikotnih in 1 štirikotni model ali pa 2 trikotna in 4 štirikotne modele. Povedano zapišimo s številskima izrazoma in izračunajmo njuni vrednosti:
$\mathbf{6} \cdot 3 + \mathbf{1} \cdot 4 = 22$ in $\mathbf{4} \cdot 4 + \mathbf{2} \cdot 3 = 22$. Vrednosti sta enaki, torej smo sklepali pravilno. Drugih možnosti ni, kar smo ugotovili s sistematičnim iskanjem in preverjanjem. Sami modeli trikotnikov ali sami modeli štirikotnikov niso možni, ker število 22 ni deljivo niti s tri niti s štiri.

Kaj smo se učili?

Sistematično beležiti, postaviti ugotovitve in utemeljiti odgovore.

Primeri matematičnih preiskovanj

1

Razišči trikotnike, ki imajo ploščino 15 cm^2.

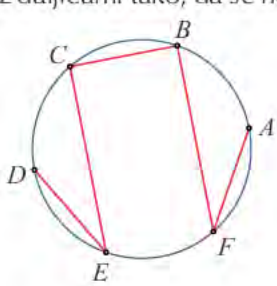
2

Na sliki sta diagonali nekega štirikotnika. Nariši pripadajoči štirikotnik.

Razišči lastnosti štirikotnika glede na lastnosti njegovih diagonal.

3

Šest točk A, B, C, D, E in F na krožnici je povezanih z daljicami tako, da se nobeni dve daljici ne sekata.



Razišči lomljenke.
Koliko različnih lomljenk lahko narediš na ta način?

4

Dan je številčni kvadrat in v njem označeno polje v obliki črke **H**. Njegovo osrednje število je 17. Vsota števil v osenčenem polju pa 119.

1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35
36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49

a) Dopolni tabelo

Osrednje število polja **H**	16	18	19	24	25	26
Vsota števil polja **H**						

b) Kako se spreminja vsota, če črko **H** premikamo po kvadratu?

c) Razišči vsote v različnih simetričnih črkah.

č) Še sam si zastavi nekaj vprašanj in poišči odgovor.

Uporaba računala

Pozor. Računala se med seboj razlikujejo po razporedu tipk. Včasih so tipke z enakim pomenom označene drugače. Decimalna vejica se na zaslonu računala pokaže kot pika.

Žepno računalo z dvovrstičnim zaslonom pozna vrstni red računskih operacij in oklepaje ter zna računati z ulomki. Računalo vklopiš s tipko [ON/C] in izklopiš z zaporedno uporabo tipk [2ndF] in [ON/C]. Med delom z računalom uporaba tipke [ON/C] zbriše vse, kar je na zaslonu. Uporaba tipke [DEL] pa zbriše samo zadnjo desno števko.

1 Pozorno si oglej svoje računalo in preberi navodila proizvajalca.
2 Ugotovi, koliko računskih operacij lahko izvajaš z njim.
3 Preveri delovanje operacij.

Vsak številski izraz, kateremu nameravaš izračunati vrednost z računalom, najprej izračunaj na papirju ali vsaj oceni rezultat. Pri lažjih izrazih naj ti bo računalo le v pomoč pri kontroli. Če rešuješ nalogo, ki sprašuje o številu predmetov, pričakuj za rezultat naravno število. Rezultat, ki ima za decimalno vejico veliko mest, smiselno zaokroži.

Preveri

- Če imaš računalo z dvovrstičnim zaslonom, lahko številski izraz popraviš tudi po končanem vnosu. Če je v nalogi potrebno izračunati več podobnih številskih izrazov, je pogosto bolje popraviti le spremenjeni del in ne številski izraz vedno znova vnašati.
- Pri računalih brez tipke [$a\frac{b}{c}$] je pri računanju z ulomki zaslon slabo pregleden. Računanje s tipko [$a\frac{b}{c}$] pa je preprosto in pregledno.
- Pri daljših številskih izrazih, pri katerih je rezultat vsota ali razlika več krajših izrazov, poizkusi uporabljati pomnilnik s tipkami [STO] (shrani), [RCL] (prikliči), [M+] (vrednost na zaslonu prištej), [M–] (vrednost na zaslonu odštej). Tako pri morebitni napaki ne bo potrebno ponavljati celotnega številskega izraza.

Ponovimo, kako uporabljamo oznake [◀] [▶] [▲] [▼]:

⌊*abcde*⌋ – vpiši število *abcde*   [*x*] – pritisni na tipko *x*   *abc* – računalo izpiše *abc*

Operacija	Primer	Postopek
Seštevanje	$17 + 22 = 39$ $3811 + 792 = 4603$	[1] [7] [+] [2] [2] [=] 39 ⌊3811⌋ [+] ⌊792⌋ [=] 4603
Množenje	$72 \cdot 15 = 1080$ $37{,}2 \cdot 52{,}03 = 1935{,}516$	⌊72⌋ [×] ⌊15⌋ [=] 1080 ⌊37.2⌋ [×] ⌊52.03⌋ [=] 1935.516
Odštevanje	$127{,}41 - 35 = 92{,}41$	⌊127.41⌋ [−] ⌊35⌋ [=] 92.41
Deljenje	$7350 : 63{,}9 = 115{,}02$ $3 : 7 + 2 : 3 = 1{,}095$ $\frac{3}{7} + \frac{2}{3} = 1\frac{2}{21}$	⌊7350⌋ [÷] ⌊63.9⌋ [=] 115.02347418 [3] [÷] [7] + [2] [÷] [3] = 1.0952380952 [3] [$a\frac{b}{c}$] [7] + [2] [$a\frac{b}{c}$] [3] = 1r2r21
Oklepaji	$((6 + 5) \cdot 4{,}2 + 3) \cdot 4 = 196{,}8$	[(] [(] [6] [+] [5] [)] [×] [4] [.] [2] [+] [3] [)] [×] [4] [=] 196.8
Deljenje ničle	$0 : 1 = 0$	⌊0⌋ [÷] ⌊1⌋ [=] 0
Deljenje z ničlo	$2 : 0 =$ Error (napaka)	⌊2⌋ [÷] ⌊0⌋ [=] Error (napaka)

Navodila za rabo računala so zbrana na tem mestu za vso snov, ki je vključena v učbenik. Zato navodil ne predelaj na en mah, ampak poseži po njih šele, ko snov spoznaš pri pouku.

Razišči svoje računalo

- Preberi navodila.
- Pazljivo pritiskaj na tipke.
- Sproti preverjaj zapis na zaslonu.
- Vnaprej oceni rezultat.
- Premisli, ali je rezultat smiseln.

1

Najprej oceni, nato izračunaj z računalom.

a) Ali je zmnožek $37 \cdot 33$ bliže 1200 ali bliže 12000?
Izberi pravilni rezultat.
1 111; 1 221; 2 409; 12 020; 12 021

b) Ali je zmnožek $58 \cdot 76$ bliže 400, 4 000 ali 40 000?
Izberi pravilni rezultat.
408; 454; 4 404; 4 408; 4 454; 4 458

2

Oceni, nato izračunaj. Vedno preveri tudi števko na zadnjem mestu.

a) $22 \cdot 152$ **b)** $72{,}25 \cdot 43{,}3$
c) $583{,}1784 : 35{,}28$ **č)** $16 \cdot 85 + 24 \cdot 38$

Zaokrožanje

Rezultate, ki jih izpiše računalo, smiselno zaokroži. Upoštevaj, da naravna in decimalna števila zaokrožamo po enakem pravilu:

Če je okrajšana števka manjša ali enaka 4, se števka pred njo ne spremeni, če je enaka ali večja od 5, pa se spremeni za eno mesto navzgor.

$3{,}5\,3 \approx 3{,}5 \Rightarrow$
zaokrožili smo navzdol na desetine.

$3{,}4\,7\,5 \approx 3{,}48 \Rightarrow$
zaokrožili smo navzgor na stotine.

$3{,}800\,0 = 3{,}80\,0 = 3{,}8\,0 = 3{,}8 \Rightarrow$
poenostavljen zapis brez zaokrožanja.

3

Zaokroži na desetice.

a) 7 **b)** 404 **c)** 997
č) 1522,73 **d)** 18792 **e)** 14,55

4

Zaokroži na stotice.

a) 40 **b)** 52 **c)** 1425
č) 7877 **d)** 5425,3 **e)** 12872

5

Zaokroži na eno decimalko.

a) 2,27 **b)** 7,5524 **c)** 15,52
č) 92,06 **d)** 554,38 **e)** 15 : 16

6

Zaokroži na 1 mesto natančno.

a) 7 **b)** 82 **c)** 511
č) 5,52 **d)** 637 **e)** 1 829

7

Zaokroži na dve decimalki.

a) 2,287 **b)** 2,2839 **c)** 7,524
č) 150,2429 **d)** 1204,25774 **e)** 15 : 16

8

Izračunaj ploščino. Rezultat zapiši na 1 decimalno mesto natančno.

a) Pravokotnik: $a = 4{,}15$ cm; $b = 3{,}17$ cm
b) Trikotnik: $v_c = 2{,}51$ m; $c = 3{,}18$ m
c) Trapez: $a = 5{,}2$ m; $c = 3{,}1$ m; $v = 2{,}7$ m

Ulomki

S tipko $\boxed{a\frac{b}{c}}$ računalo vpiše ulomek in celo število, povečano za ulomek.

$\frac{5}{7} \Rightarrow 5\ \boxed{a\frac{b}{c}}\ 7\ \boxed{=}$ 5⌐7

$2\frac{3}{13} \Rightarrow 2\ \boxed{a\frac{b}{c}}\ 3\ \boxed{a\frac{b}{c}}\ 13\ \boxed{=}$ 2⌐3⌐13

Upoštevaj:

- računalo ulomek vedno okrajša,
- števca in imenovalca ne zna zapisati v decimalnem zapisu ali potenci,
- rezultat zapiše z ulomkom, če je število preveliko, pa v decimalnem zapisu,
- dobro obvlada vse računske operacije z ulomki.

$\frac{6}{7} - \frac{2}{7} \Rightarrow 6\boxed{a\frac{b}{c}}7\ \boxed{-}\ 2\boxed{a\frac{b}{c}}7\ \boxed{=}$ 4⌐7

$\frac{4}{7} + \frac{5}{6} \Rightarrow 4\boxed{a\frac{b}{c}}7\ \boxed{+}\ 5\boxed{a\frac{b}{c}}6\ \boxed{=}$ 1⌐17⌐42

$\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{12} \Rightarrow 3\boxed{a\frac{b}{c}}7\ \boxed{\times}\ 5\boxed{a\frac{b}{c}}12\ \boxed{=}$ 5⌐28

$\frac{3}{7} : \frac{2}{9} \Rightarrow 3\boxed{a\frac{b}{c}}7\ \boxed{:}\ 2\boxed{a\frac{b}{c}}9\ \boxed{=}$ 1⌐13⌐14

9

Izračunaj vrednost številskega izaza.

a) $\frac{14}{21} - \frac{15}{21} - \frac{17}{21}$ **b)** $\frac{21}{45} - \left(\frac{17}{45} + \frac{12}{45} - \frac{41}{45}\right)$

c) $\frac{3}{8} + \frac{4}{24} - \frac{7}{12}$ **č)** $8 - \left(2\frac{1}{3} + \frac{5}{7} + 2\frac{3}{4}\right)$

d) $\frac{11}{5} \cdot \frac{12}{7} + \frac{1}{5}$ **e)** $6\frac{1}{2} + 3\frac{3}{5} : 1\frac{2}{25}$

10

Izračunaj vrednost številskega izraza.

a) $\left(5\frac{1}{2} + 7\frac{2}{10}\right) : \left(3\frac{1}{2} - \frac{8}{10}\right)$

b) $3 \cdot \left(7\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5}\right) + 4\frac{2}{15}$

11

Izračunaj vrednost številskega izraza. Pazi, oklepaji.

a) $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)\right)\right)$ **b)** $\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\left(\frac{1}{5}+\frac{1}{6}\right)$

Nasprotna vrednost

S tipko [+/–] računalo poišče *nasprotno vrednost* danega števila.

258 [+/–] -258 [+/–] 258 [+/–] -258 ...

12

Poišči nasprotne vrednosti danih števil.

a) -97 **b)** $+7{,}8$ **c)** $-\frac{1}{4}$

13

Poišči nasprotne vrednosti danih števil.

a) $-9\,347$ **b)** $+5\,000$ **c)** $-3\frac{2}{3}$

Kvadriranje

S tipko [x^2] računalo *kvadrira*. Rezultat je vedno pozitiven.

22.5 [x^2] 506.25

-22.5 [+/–] [x^2] 506.25

14

Kvadriraj.

a) 345 **b)** $-4{,}76$ **c)** $\frac{4}{7}$

č) $3\frac{4}{5}$ **d)** $7\,000$ **e)** $0{,}0049$

Potenciranje

S tipko [y^x] računalo *potencira*.
Rezultat je lahko pozitiven (sodi eksponent) ali negativen (lihi eksponent).

$4{,}2^4$: 4.2 [y^x] [4] [=] 311.1696

$-3{,}2^5$: 3.2 [+/–] [y^x] [5] [=] -335.54432

15

Rezultat najprej oceni. Nato računaj.

a) $1{,}5^3$ **b)** $2{,}7^4$ **c)** $\left(-\frac{4}{9}\right)^6$

č) $1{,}2^5$ **d)** 250^3 **e)** $\left(-\frac{3}{5}\right)^7$

f) $5{,}55^4$ **g)** $10{,}8^4$ **h)** $-\left(\frac{7}{9}\right)^4$

i) 215^4 **j)** 5^6 **k)** $23{,}15^3$

16

Izračunaj ploščino kvadrata in prostornino kocke.

a) $a = 57$ m **b)** $a = 2\frac{3}{4}$ m **c)** $a = 14{,}27$ m

Korenjenje

S tipko [$\sqrt{\ }$] računalo *koreni*.
Ali jo moramo uporabiti pred vnosom števila ali za njim, je odvisno od tipa računala.

[$\sqrt{\ }$] 225 [=] 15

[$\sqrt{\ }$] 225 [+/–] [=] *Error*

Kvadratni koren iz negativnega števila ne obstaja.

17

Izračunaj. Uporabi tipko [$\sqrt{\ }$].

a) $\sqrt{121}$ **b)** $\sqrt{81}$ **c)** $\sqrt{100}$

č) $\sqrt{0{,}004}$ **d)** $\sqrt{151{,}29}$ **e)** $\sqrt{18{,}1476}$

18

Izračunaj.

a) $\sqrt{123}$ **b)** $12{,}6^2$ **c)** 14^3

č) 4^4 **d)** $\sqrt{65538}$ **e)** $\sqrt{5623}$

19

Izračunaj.

a) $3^2 + 4^2$ in $\sqrt{3^2 + 4^2}$

b) $7^2 + 3 \cdot 2^2$ in $\sqrt{7^2 + 3 \cdot 2^2}$

c) $23^2 - 21^2$ in $\sqrt{23^2 - 21^2}$

č) $4{,}5^2 - 2{,}7^2$ in $\sqrt{4{,}5^2 - 2{,}7^2}$

20

Izračunaj dolžino diagonale pravokotnika. Dani sta dolžini stranic.

a) $a = 34$ cm, $b = 12$ cm

b) $a = 4{,}5$ cm, $b = 3{,}5$ cm

Obratna vrednost

S tipko [x^{-1}] (poglej pod [2ndF] [x^2]) računalo takole poišče *obratno vrednost* danega števila:

47 [2ndF] [x^2] [=] 0.0212766

S tipko [$1/x$] gre drugače:

47 [$1/x$] 0.0212766 [$1/x$] 47 [$1/x$]...

21

Poišči obratne vrednosti danih števil.

a) $0{,}8$ **b)** 25 **c)** $0{,}5$

č) $\frac{4}{5}$ **d)** $-\frac{3}{4}$ **e)** $\frac{22}{7}$

22

Poišči obratne vrednosti danih števil.

a) 9347 **b)** 5000 **c)** 245

č) $-24{,}23$ **d)** $\frac{34}{53}$ **e)** $257{,}8$

Število π

Pogosto ima računalo tipko $\boxed{\pi}$.

Pozor. Natančnost rezultatov pri računanju s π je odvisna od izbire približka.

23

Izračunaj in rezultat smiselno zaokroži. Če tipke nimaš, uporabi približek 3,14 in računaj z računalom.

a) $\pi \cdot 12{,}4$ **b)** $\pi \cdot 8{,}73$
c) $1{,}28 \cdot \pi$ **č)** $82{,}4 \cdot \pi$
d) $\pi \cdot 129{,}23$ **e)** $4{,}024 \cdot \pi$

24

Izračunaj in rezultat smiselno zaokroži. Če tipke nimaš, uporabi približek 3,14 ali $\frac{22}{7}$.

a) $12 : \pi$ **b)** $34{,}5 : \pi$ **c)** $\frac{22}{25} : \pi$

25

Izračunaj vrednost izraza.

a) $\sqrt{735{,}42 : \pi}$ **b)** $\sqrt{64242{,}43 : \pi}$

Popravljanje zapisov

Za zaslonu lahko:
- zamenjaš ali zbrišeš posamezno števko ali znak,
- vneseš novo števko ali znak.

Popravek opraviš v treh korakih.
- Zaporedna uporaba tipk $\boxed{\text{2ndF}}$ in $\boxed{\blacktriangleleft}$ kurzor premakne na želeno mesto popravka v izrazu (označitev).
- Zaporedna uporaba tipke $\boxed{\text{DEL}}$ (brisanje) in vpis popravljene števke ali znaka zamenja izbrano števko ali znak (odstranitev in vnos).
- S tipko $\boxed{=}$ zaključiš postopek.

$245 \Rightarrow 295$
$\boxed{2}\boxed{4}\boxed{5}\boxed{=}$

Z $\boxed{\text{2ndF}}\boxed{\blacktriangleleft}$ se pomakneš na 4.

Ko ta števka utripa, uporabiš
$\boxed{\text{DEL}}\boxed{9}\boxed{=}$

26

Dan je izraz $37 + (41 - 21)$. Zapiši ga na zaslonu.

a) Izračunaj vrednost izraza.
b) Popravi izraz tako, da vse desetice na že vpisanem izrazu na zaslonu povečaš za 1.
Izračunaj vrednost novega izraza.
c) Popravi izraz tako, da na izrazu na zaslonu seštevanje spremeniš v odštevanje in odštevanje v seštevanje.

Izračunaj vrednost novega izraza.

Velika števila

S tipko $\boxed{\text{Exp}}$ ali tipko $\boxed{\text{EE}}$ računalo vnaša velika števila, ki jih zapišemo s potenco števila 10.

$300\,000 = 3 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 = 3 \cdot 10^5$
$126\,000\,000\,000\,000\,000 = 1{,}26 \cdot 10^{17}$

Pred decimalno vejico je natanko ena števka med 1 in 10, decimalno mesto se premakne za 17 mest.

Število $2{,}08 \cdot 10^9$ vnesemo

$\boxed{2}\boxed{.}\boxed{0}\boxed{8}\boxed{\text{Exp}}\boxed{9}\boxed{=}$ 2.08 $\times 10^{09}$

$\boxed{1}\boxed{\text{Exp}}\boxed{3}\boxed{=}$ 1000

47.253 $\boxed{\text{Exp}}\boxed{7}\boxed{=}$ 4.7253 $\times 10^{08}$

Ne pozabi: $10^0 = 1$, $10^1 = 10$, $10^2 = 100 \ldots$

27

Zapiši s potenco števila 10.

a) 500; 5 000; 50 000; 500 000
b) 2 450; 123 000; 13 460 000

28

Izračunaj. Rezultat zapiši s potenco števila 10.

a) $8 \cdot 8$ **b)** $88 \cdot 88$ **c)** $888 \cdot 888$

Majhna števila

Majhna števila pregledno zapišeš z negativno potenco števila 10.

$0{,}3 = 3 \cdot 10^{-1}$

$0{,}03 = 3 \cdot 10^{-2}$

Računalo ti pri štetju decimalnih mest pomaga s tipko $\boxed{\text{Exp}}$. Vnesimo število $2{,}08 \cdot 10^{-9}$.

$\boxed{2}\boxed{.}\boxed{0}\boxed{8}\boxed{\text{Exp}}\boxed{+/-}\boxed{9}$
$\boxed{=}$ 2.08 $\times 10^{-09}$

$\boxed{1}\boxed{\text{Exp}}\boxed{+/-}\boxed{3}\boxed{=}$ 0.001

47.253 $\boxed{\text{Exp}}\boxed{+/-}\boxed{7}\boxed{=}$ 4.7253 $\times 10^{-06}$

Ne pozabi: $10^{-0} = 10^0 = 1$, $10^{-1} = 0{,}1$, $10^{-2} = 0{,}01 \ldots$

29

Zapiši s potenco števila 10.

a) 0,000 12 **b)** 0,000 023 **c)** 0,000 123 4

30

Izračunaj.

a) $0{,}2 \cdot 0{,}2$ **b)** $0{,}002 \cdot 0{,}002$
c) $0{,}12 \cdot 0{,}000\,13$

31

Izračunaj. Rezultat zapiši s potenco števila 10.

a) $0{,}088 \cdot 0{,}0088$ **b)** $0{,}888 \cdot 0{,}0888$

Cela in racionalna števila

I

V tem poglavju se bomo ukvarjali z množico *celih* in z množico *racionalnih števil.*

- Obnovili bomo znanje o *neskončnih množicah*. Z njimi bomo laže razumeli širitev obsega števil in spoznavali njihove lastnosti.
- Dopolnili bomo znanje o *negativnih* in *pozitivnih številih*, s katerimi smo že v petem razredu matematično izražali spremembe stanj: temperature, globine, stanja na bančnem računu ipd. Ko jim bomo dodali še *ničlo*, bomo dobili *cela števila*.
- Pojem številskega poltraka bomo z dopolnilnim poltrakom razširili v *številsko premico*, da bomo na njej lahko upodobili cela števila.
- Ob tem bomo spoznali pojem *nasprotnih števil*, na katerega se navezuje tudi pojem *absolutne vrednosti* števil s predznaki.
- *Pozitivna racionalna števila*, za katera vemo, da jih izražamo z ulomki ali pa s *končno* ali *periodično decimalno številko*, bomo razširili z *negativnimi racionalnimi števili* in *ničlo* v množico *racionalnih števil*. Za ta števila vemo že iz šestega in sedmega razreda, da jih zapišemo z *ulomkom*, ki ga vedno lahko preoblikujemo v *končno* ali *periodično decimalno številko*.
- Ukvarjali se bomo z *urejenostjo* racionalnih števil.

Vsakdanja raba

Pogosto naletimo na naravna števila, pred katerimi je zapisan znak *minus*. Z njimi izražamo, na primer:

- nizke temperature odčitamo v mrzlih dneh na termometru, ko se živo srebro spusti pod ničlo, npr. -5 °C;

- števila s predznakom minus zasledimo tudi na zemljevidu. Označujejo ozemlje, ki leži niže od morske gladine;
- slabo finančno stanje, ko porabimo več denarja, kot smo ga imeli na bančnem računu. To opišemo kot »rdeče številke«. Te zapišemo s števkami in številkami, pred katere postavimo minus;
- za prikaz zgodovinskih dogodkov na časovnem traku, ki so se zgodila stoletja ali tisočletja pred našim štetjem.

Iz zgodovine

Indijci so *negativna števila* poznali že okoli leta 700 pr. n. š. Zapisovali so jih s piko nad številom.

Arabci, od katerih izvirajo naše številke, so negativna števila zavrnili. Od Indijcev so v 8. stoletju sprejeli le *ničlo*.

Kitajci so negativna števila poznali že v 2. stoletju pr. n. š. V pomoč so jim bila pri reševanju enačb in pri izražanju dolga. Toda njihov vpliv ni segel do Grkov.

Grki *ničle* in *negativnih števil* niso poznali. Ukvarjali so se s celimi pozitivnimi števili. Ob raziskovanju *dolžin, ploščin* in *prostornin* so v njih videli različne količine in manj števila kot taka. Razvoj evropske matematike izvira od Grkov.

Razvoj astronomije in fizike ter razcvet trgovine sta pokazala, da je matematika uporabna v vsakdanjem življenju. Vse to je povečalo odpor do *negativnih števil.*

Leonardo iz Pise se je okoli leta 1200 med prvimi ukvarjal z negativnimi števili.

Razširila pa so se šele v 16. stoletju. Nemec *Michael Stifel* jih je v svoji računici iz leta 1544 že uporabljal, a jih je imenoval *absurdna števila*. Podoben odpor do teh števil so kazali tudi drugi pomembni matematiki, kot sta Italijan *Cardano* in Francoz *Viète*. Še v 18. stoletju so se nekateri znani matematiki upirali rabi negativnih števil.

Za uvedbo negativnih števil si je posebaj prizadeval matematik *Leonhard Euler* (1707–1783).

Množice

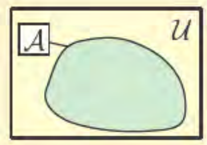
Po številu elementov ločimo več vrst množic:

- ***Prazna množica*** je množica brez vsakega elementa. Označimo jo z $\{\}$ ali $\emptyset$.
- ***Končna množica*** je množica s končno mnogo elementi.
- ***Neskončna množica*** je množica z neskončno mnogo elementi. Če jih lahko uredimo za štetje, pravimo, da jih je števno mnogo.
- ***Osnovna*** ali ***univerzalna množica*** je množica vseh elementov iz obravnavanega območja. Označimo jo z $\mathcal{U}$.
- ***Številska množica*** je množica, katere elementi so števila.

Vennovi diagrami

Prikaz množic

V *Vennovih diagramih* množico ponazarja območje, ki je omejeno s sklenjeno krivo črto, ki obdaja njene elemente. Elemente vpišemo samo, če je množica *končna*. Univerzalno množico ponazorimo s pravokotnikom.



Odnosi ali relacije: »je enako«, »je podmnožica«, »disjunktni ali nepovezani množici«

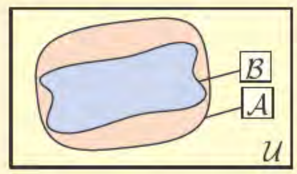
- **Znak za enakost množic je $=$.**

Množica $\mathcal{A}$ je enaka množici $\mathcal{B}$, če vsak element množice $\mathcal{A}$ pripada tudi množici $\mathcal{B}$ in vsak element množice $\mathcal{B}$ pripada tudi množici $\mathcal{A}$, torej $\mathcal{A} = \mathcal{B}$.

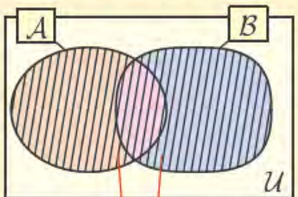
- **Znak za podmnožico je $\subset$.**

***Množica* $\mathcal{A}$ je *podmnožica* množice $\mathcal{B}$, če je vsak element množice $\mathcal{A}$ tudi element množice $\mathcal{B}$, torej $\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$.**

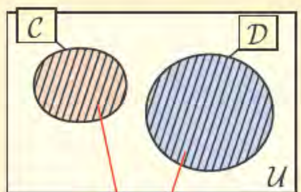
- **Množici $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ sta disjunktni, če nimata skupnih elementov.**



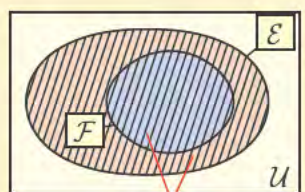
Prikaz operacije *unija*



$\boxed{\mathcal{A} \cup \mathcal{B}} = \mathcal{C}$



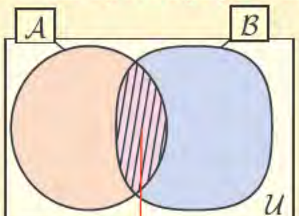
$\boxed{\mathcal{C} \cup \mathcal{D}} = \mathcal{E}$



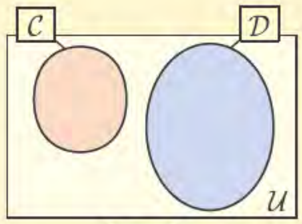
$\boxed{\mathcal{E} \cup \mathcal{F}} = \mathcal{E}$

***Unijo množic* sestavljajo elementi, ki so v eni ali v drugi množici.**
Operacijo *unija* označimo z znakom $\cup$.
***Unijo množic* $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ zapišemo z $\mathcal{A} \cup \mathcal{B}$, *unijo množic* $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ in $\mathcal{C}$ pa z $\mathcal{A} \cup \mathcal{B} \cup \mathcal{C}$.**
Opomba: **Besedica ali ne pomeni izključitve, temveč povezovanje.**

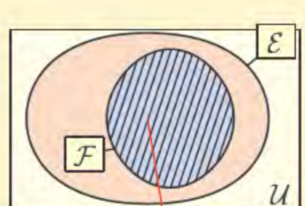
Prikaz operacije *presek*



$\boxed{\mathcal{A} \cap \mathcal{B}} = \mathcal{C}$



$\boxed{\mathcal{C} \cap \mathcal{D}} = \{\}$



$\boxed{\mathcal{E} \cap \mathcal{F}} = \mathcal{F}$

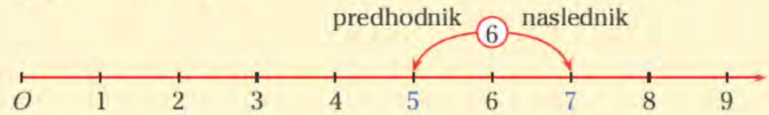
***Presek dveh množic* vsebuje elemente, ki so hkrati elementi prve in druge množice.**
Operacijo *presek* označimo z znakom $\cap$. *Presek* množic $\mathcal{A}$ in $\mathcal{B}$ zapišemo z $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$, *presek množic* $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$ in $\mathcal{C}$ pa z $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} \cap \mathcal{C}$.

Naravna števila

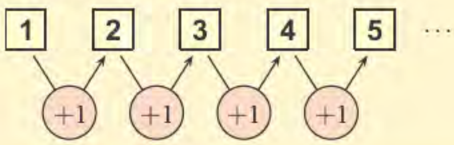
Štejemo **s števili 1, 2, 3, 4, 5 . . ., ki sestavljajo *množico naravnih števil*:** $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5 \ldots\}$.

Naravna števila:

- **prikažemo na številskem poltraku:**



- **razvrstimo na:**
  - **soda števila. To so vsa naravna števila, ki so *deljiva z 2*. Za** $n \in \mathbb{N}$ **jih zapišemo:** $2 \cdot n$
  - **liha števila. To so vsa naravna števila, ki niso soda. Za** $n \in \mathbb{N}$ **jih zapišemo:** $2 \cdot n - 1$
- **primerjamo in urejamo: *je manjše*:** $1 < 5$, ***je večje*:** $5 > 1$, ***je enako*:** $3 = 3$
- **sestavljamo *številska zaporedja*, ki jih lahko**
  - **prikažemo z diagramom:**



  - **zapišemo v vrsti ali s splošnim členom.**

Primera:

zaporedje lihih naravnih števil:

1, 3, 5 . . . ; $2 \cdot n - 1; n \in \mathbb{N}$

zaporedje sodih naravnih števil:

2, 4, 6, 8 . . . ; $2 \cdot n; n \in \mathbb{N}$

Števila s predznaki

V petem razredu smo obdelali temperaturna stanja vode s sliko. Ob dogovoru, da ledišče označimo z ničlo, smo stanja opisali z besedicama »nad« in »pod lediščem«. Nato smo izraza »nad lediščem« in »pod njim« nadomestili z znakoma plus (+) in minus (−), ki smo ju preimenovali v *predznaka*. S tem smo dosegli natančen opis stanja v matematičnem jeziku.

100 stopinj *vrelišče*	10 stopinj *nad lediščem* +10 °C	0 stopinj *ledišče* 0 °C	−3 stopinje *pod lediščem* −3 °C

Dogovorili smo se:

- ***Predznak* + pove, da je število, zapisano za njim, večje od 0:** $+7 > 0$
- ***Predznak* − pove, da je število, zapisano za njim, manjše od 0:** $-7 < 0$
- **Števila, zapisana s *predznakom minus*, imenujemo *negativna števila*.**
- **Števila, zapisana s *predznakom plus*, imenujemo *pozitivna števila*. Znak + lahko izpustimo.**

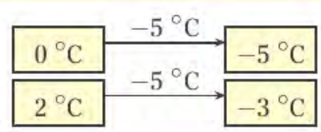
- **Z negativnimi in pozitivnimi števili lahko opišemo stanja, ki so *pod* ali *nad* oziroma *pred* ali *za* izbrano vrednostjo.**

Spremembe navzgor in navzdol

Pozitivna in negativna števila uporabljamo tudi za prikaz in opis *sprememb stanj*, npr. dviga ali spusta cen, spremembe temperature . . ., dobička ali dolga ipd. To lahko storimo vedno le glede na izbrano *izhodišče*. Pri tem velja:

Povečanje količin izrazimo s pozitivnimi števili, zmanjšanje pa z negativnimi.

Opomba: Spremembe stanj lahko opišemo s stanji na merilnih napravah in prikažemo z diagrami. Primer: *Temperatura zraka je* −5 °C,« pove: temperatura je 5° **pod** ničlo. ali pa temperatura se je od izmerjenega stanja, npr. 2°, **znižala** za 5 °C.



Pri zvišanju ali znižanju temperature gremo pogosto preko ničle navzgor ali navzdol.

Naloge

Množice

1

Poimenuj množico hkrati po številu in po značilni lastnosti njenih elementov.

a) $\mathcal{B} = \{a, a_1, a_2 \dots\}$ **b)** $\mathcal{C} = \{\}$
c) $\mathcal{D} = \{0\}$ **č)** $\mathcal{E} = \{a, b, c\}$

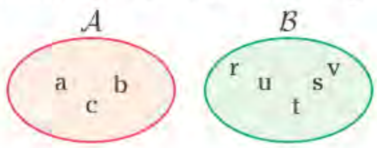
2

Preberi zapisane izjave.

a) $a \notin \mathcal{B}$ **b)** $x, y, z \in \mathcal{C}$
c) $\mathcal{A} = \{x;\ x$ so črke slovenske abecede $\}$

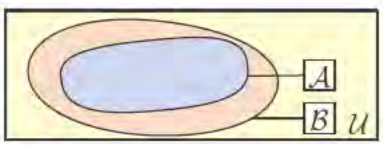
3

Zapiši množici, ki ju kažeta Vennova diagrama.



4

Opiši, kaj ponazarja diagram.



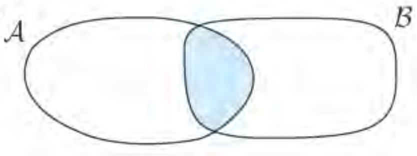
5

Prikaži z Vennovim diagramom: $\mathcal{C} \subset \mathcal{B}$ in $\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$.

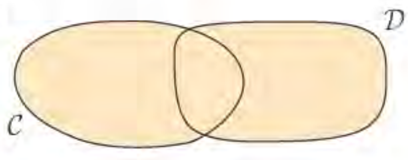
6

Opiši, kaj ponazarja diagram.

a)

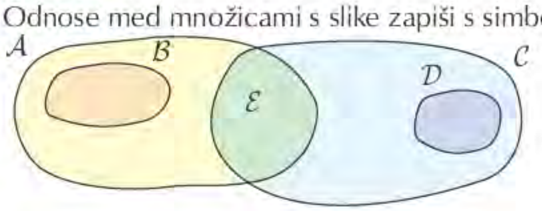


b)



7

Odnose med množicami s slike zapiši s simboli.



8

Pojasni z besedo, kaj pomeni

a) presečna množica,
b) unija dveh množic. Kaj pomeni v pravilu o uniji množic besedica »ali«?

Množica naravnih števil

9

Naravna števila zapiši kot množico in jo opiši.

10

Zapiši s simboli.

a) 8 je element množice $\mathbb{N}$.
b) $\frac{3}{4}$ ni element množice $\mathbb{N}$.
c) Število 0 ni element množice naravnih števil, je element množice naravnih števil z ničlo.

11

Opiši možico in zapiši njene elemente.

a) $\mathcal{A} = \{a;\ a \leq 7 \text{ in } a \in \mathbb{N}\}$
b) $\mathcal{B} = \{b;\ b \geq 3 \text{ in } b \in \mathbb{N}\}$
c) $\mathcal{C} = \{x;\ 3 < x < 7 \text{ in } x \in \mathbb{N}\}$

12

S poljubno črko poimenuj in s simboli zapiši:

a) množico vseh naravnih števil, manjših od 10,
b) množico vseh naravnih števil, večjih od 12,
c) množico vseh naravnih števil z ničlo,
č) množico naravnih števil, večjih od 9 in manjših od 16.

13

Poimenuj s poljubno črko in zapiši množico vseh naravnih števil:

a) večjih ali enakih 9,
b) manjših ali enakih 12,
c) večjih ali enakih 5 in manjših od 9,
č) manjših ali enakih 7 in večjih ali enakih 3.

14

Zapiši množico z značilno lastnostjo elementov.

a) $\mathcal{S} = \{2, 4, 6, 8 \dots\}$
b) $\mathcal{L} = \{1, 3, 5, 7 \dots\}$

15

Ali sta množici enaki?

a) $\mathcal{A} = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ in $\mathcal{B} = \{9, 8, 7, 6, 5, 4\}$
b) $\mathcal{C} = \{a, b, c\}$ in $\mathcal{F} = \{a, a, c, b\}$
c) $\mathcal{D} = \{-1, 0\}$ in $\mathcal{E} = \{1, 0\}$

16

Zapiši vsaj dve podmnožici množice $\mathcal{A} = \{3, 6, 8, 9, 10\}$, ki imata natanko

a) dva elementa, **b)** tri elemente.

17

Opiši odnos in lego upodobitve naravnih števil 366 in 199 na številskem poltraku.

18

Naj bo $\mathcal{A} = \{x;\ 4x = 8\}$ in $a = 2$. Ali je $a = \mathcal{A}$? Odgovor pojasni.

19 *

Poišči napako in jo odpravi.

a) $\{3, 4, 7\} \subset \{3, 4, 7, 9\}$
b) $\{1, 3, 5\} \subset \{1, 5\}$
c) $1, 4 \subset \{1, 4, 7, 10\}$
č) $\{1, 5, 5, 5, 1, 5\} = \{1, 5\}$

20

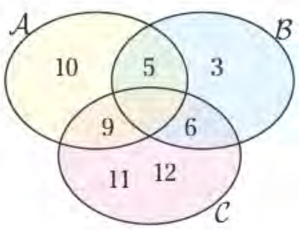
Množicama $\mathcal{A} = \{2, 3, 4, 5, 8\}$ in $\mathcal{B} = \{5, 6, 7, 8\}$ ugotovi presek in unijo.

21

a) Katero množico dobimo z unijo vseh sodih in vseh lihih števil?
b) Katero množico dobimo z unijo vseh naravnih števil in števila 0?
c) Katero množico dobimo s presekom množice deliteljev števila 8 in množice deliteljev števila 12?

22

Zapiši z Vennovim diagramom prikazane množice z vsemi elementi.



23

Uporabi sliko iz prejšnje naloge in zapiši operacije, ki jih prepoznaš s slike.

24

Dane so množice $\mathcal{A} = \{5, 9, 10\}$, $\mathcal{B} = \{3, 5, 6\}$, $\mathcal{C} = \{6, 9, 11, 12\}$. Nariši diagrame in ugotovi:

a) $\mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cup \mathcal{C})$ **b)** $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} \cap \mathcal{C}$

Števila s predznaki

25 **

Pojasni, kaj lahko pomenita znaka + in −.

26

Pojasni sporočilo karikatur Matjaža Schmidta.

27 *

Skupaj zapiši vsa pozitivna in vsa negativna merska števila. Opiši njihov pomen.

$-8\frac{3}{4}$ m, 2 340 km, 27 °C, +1 045 €,

−6 °C, −13,50 €, −48 m, −58,7 €.

28 *

Zapiši temperaturo, pri kateri voda

a) zavre,
b) zamrzne,
c) je prijetna za kopanje.

Poimenuj prvi dve temperaturi.

29

Sporočilo izrazi s števili s predznakom (+) ali (−).

a) 14 °C pod lediščem, 24 °C nad lediščem.
b) 865 m nad morsko gladino, 17 m pod morsko gladino.
c) 105 € dolgà, 912,50 € imetja.

30

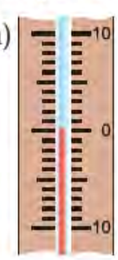
Temperature ozračja so:
0 °C, −4 °C, 19 °C, −19 °C, 32 °C, 23 °C, 39 °C

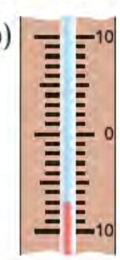
S katerimi danimi podatki najbolje opišeš

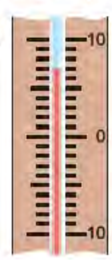
a) mrzel dan, **b)** zelo vroč dan,
c) topel dan, **č)** zelo hladen dan?

31 *

Odčitaj in zapiši temperature, ki jih kažejo termometri. Primerjaj med seboj višine obarvane tekočine v termometru. Kaj opaziš?
Temperature razvrsti od najnižje do najvišje.

a) 

b) 

c) 

32

Kaj pomeni na zemljevidu na Kaspijskem jezeru napisana številka -28?

33

Trditev zapiši s številko.
V Postojnski jami smo se po rovu spustili za 143 m pod višino vhoda.

34 *

Babica Špela je imela na bančnem računu v januarju 230 €. V februarju je padla v »rdeče številke«, ki so pokazale 70 €. V marcu si je opomogla in bančni račun je pokazal 50 €. A kaj, ko so stroški narasli, pa je bila v aprilu spet v minusu za 50 €. Šele v aprilu se ji je stanje izboljšalo. Na bančnem računu je imela spet 25 €.

a) Prikaži s preglednico stanje babičinega bančnega računa. V njej prikaži tudi mesečne vsote njenih izdatkov in prihodkov.
b) V katerem mesecu je bilo stanje najboljše, v katerem najslabše?

Spremembe navzgor in navzdol

35 *

Zapiši s pozitivnimi ali z negativnimi števili.

a) Temperatura se je znižala za 9 °C.
b) Znesek na računu smo povečali za 210 €.
c) Gladina jezera se je znižala za $\frac{1}{4}$ m.
č) Temperatura se je povišala za 7,5 °C.
d) Prihranek smo zmanjšali za 22,50 €.
e) Vodna gladina se je povišala za 1,7 m.

36 *

Z diagramom izračunaj, kolikšna je končna globina potapljača. Prva številka pomeni začetno globino pri potapljanju.

a) $-3\text{ m} \xrightarrow{+2\text{ m}} \square\text{ m}$ **b)** $-2\text{ m} \xrightarrow{+2\text{ m}} \square\text{ m}$
c) $-4\text{ m} \xrightarrow{-2\text{ m}} \square\text{ m}$ **č)** $-6\text{ m} \xrightarrow{-3\text{ m}} \square\text{ m}$

37 *

Izračunaj nove temperature.

a) $+6\,^\circ\text{C} \xrightarrow{-6\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$ **b)** $15\,^\circ\text{C} \xrightarrow{-13\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$
$-9\,^\circ\text{C} \xrightarrow{+3\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$ $9\,^\circ\text{C} \xrightarrow{-16\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$
$-12\,^\circ\text{C} \xrightarrow{+7\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$ $-4\,^\circ\text{C} \xrightarrow{+8\,^\circ\text{C}} \square\,^\circ\text{C}$

38 *

Določi začetno višino gladine vode v cm.

a) $\square \xrightarrow{+3\text{ cm}} +6\text{ cm}$ **b)** $\square \xrightarrow{-7\text{ cm}} +7\text{ cm}$
$\square \xrightarrow{-5\text{ cm}} -3\text{ cm}$ $\square \xrightarrow{-7\text{ cm}} 0\text{ cm}$
$\square \xrightarrow{+9\text{ cm}} 0\text{ cm}$ $\square \xrightarrow{+6\text{ cm}} -10\text{ cm}$

39 *

Kolikšna je temperaturna sprememba v °C?

a) od $-4\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $+4\,^\circ\text{C}$
b) od $+9\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-4\,^\circ\text{C}$
c) od $+30\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-13\,^\circ\text{C}$
č) od $-2\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-12\,^\circ\text{C}$
d) od $-19\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-9\,^\circ\text{C}$
e) od $+29\,^\circ\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $+3\,^\circ\text{C}$

40 *

Potapljač se z globine 4 m spusti še za 3 m. Kolikšno globino doseže?

41

Špela je zabeležila svoje izdatke in prejemke:
$-3{,}50$ €, $+4{,}40$ €, $-7{,}20$ €, $+0{,}60$ €
Koliko ji je še ostalo od 15 € v denarnici?

42 *

Jure ima na banki odobreno možnost bančnega posojila, tako imenovani »limit« 350 €, na računu pa še 150 €. Ali lahko vplača znesek za jezikovni tečaj, če ta stane 560 €?

43 *

Nogometno moštvo iz lige pričakuje na doma odigrani tekmi 4 000 gledalcev.

Gostujoče moštvo	Olimpija	Mura	Rudar	Primorje
Število gledalcev	5 700	4 800	1 700	2 400

Navedi s predznačenimi števili za vsako tekmo razliko med dejanskim in pričakovanim številom gledalcev.

44 *

a) Temperatura zraka je -11 °C. Kolikšna je temperatura, ko se ozračje segreje za 4 °C?
b) Temperatura meri 4 °C. Koliko bo merila, ko se bo ozračje ohladilo za 9 °C?

45 *

Dvigalo se ustavlja v nadstropjih.

a) Opiši gibanje dvigala.

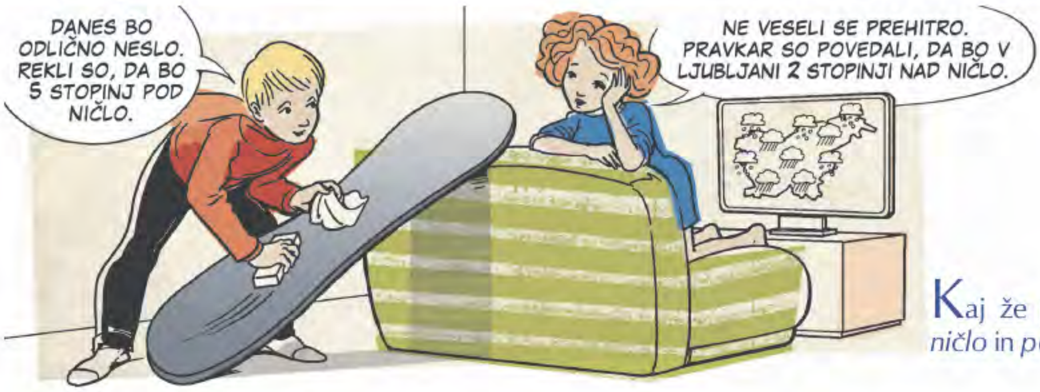
$+2 \xrightarrow{\square} -4 \xrightarrow{\square} +3 \xrightarrow{\square} +7 \xrightarrow{\square} -1$

b) V katerem nadstropju se je začela vožnja dvigala?

$\square \xrightarrow{-1} \square \xrightarrow{+3} \square \xrightarrow{-7} \square \xrightarrow{+8} +4$

46

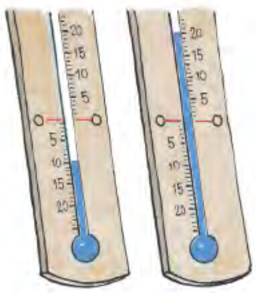
Temperatura v zamrzovalniku je padla na -22 °C. Za koliko stopinj Celzija bi morali segreti zamrzovalnik, da bi se temperatura v njem dvignila na -6 °C?



Kaj že pomeni izjava *nad ničlo* in *pod ničlo*? Pojasni.

Cela števila

Iz *naravnih števil* smo s pripisom preznaka *minus* dobili *negativna števila* $-1, -2, -3\ldots$, s pripisom preznaka *plus* pa *pozitivna števila* $+1, +2, +3\ldots$ Zdaj se še dogovorimo:



Prva števila združimo v množico *negativnih celih števil*. Označimo jo z $\mathbb{Z}^-$:

$$\mathbb{Z}^- = \{-1, -2, -3\ldots\}$$

Druga števila združimo v množico *pozitivnih celih števil*. Označimo jo z $\mathbb{Z}^+$:

$$\mathbb{Z}^+ = \{+1, +2, +3\ldots\} = \{1, 2, 3\ldots\}$$

Spomnimo se tudi, da s pozitivnimi in negativnimi števili skupaj lahko opišemo stanja, ki se nahajajo *pod* ali *nad* oziroma *pred* ali *za* izbrano vrednostjo. Izkaže se, da je v splošnem najbolje za to vrednost izbrati število 0, ki ima posebno lastnost:

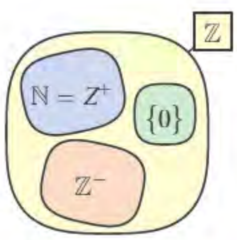
Število 0 izbranega števila ne spremeni niti, če mu ga prištejemo: $13 + 0 = 13$, *niti če ga od njega odštejemo:* $13 - 0 = 13$. Ker je število 0 edino število s to lastnostjo, velja:

Število 0 tvori svojo množico z enim elementom $\{0\}$.

Vse tri množice zdaj združimo v skupno množico in jo imenujmo množica *celih števil*:

$$\mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3\ldots\}$$

Povzemimo.



Množico celih števil $\mathbb{Z}$ sestavljajo tri množice:
- **$\mathbb{Z}^+$: množica pozitivnih celih števil,**
- **$\mathbb{Z}^-$: množica negativnih celih števil,**
- **$\{0\}$: množica, ki vključuje samo število 0.**

Množico celih števil s simboli zapišemo: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$

Ker predznak + pred številom lahko izpustimo, velja:

Množica pozitivnih celih števil je enaka množici naravnih števil. $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$.

Množica naravnih števil:
$\mathbb{N} = \{1, 2, 3\ldots\}$

In od tod zaključek:

Množico celih števil smo dobimo z *razširitvijo* množice naravnih števil.

Množica naravnih števil z ničlo:
$\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3\ldots\}$
$\mathbb{N}_0 \subset \mathbb{Z}$
$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^- \cup \{0\}$
$\mathbb{Z} = \mathbb{N}_0 \cup \mathbb{Z}^-$

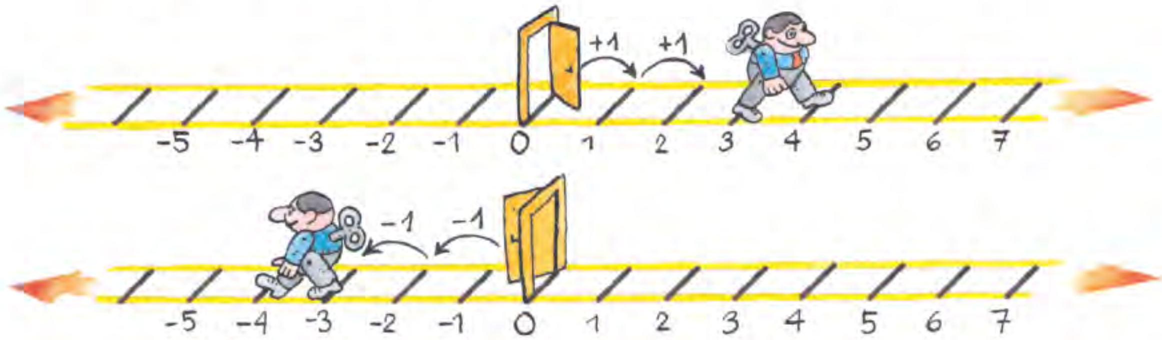
1 Ali so trditve $-5 \in \mathbb{Z}$, $-2 \in \mathbb{Z}^-$, $5 \in \mathbb{N}$, $0 \notin \mathbb{Z}^-$, $15 \in \mathbb{Z}^+$ pravilne in dovolj natančne?

Ugotovimo.

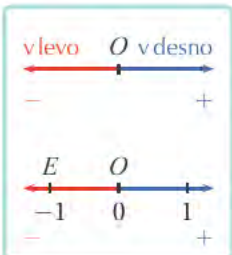
Vse trditve so pravilne, lahko pa jih še dopolnimo:
Pri $-5 \in \mathbb{Z}$ dodamo, da je število tudi element podmnožice $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z}$,
pri $-2 \in \mathbb{Z}^-$, da je število tudi element $\mathbb{Z}$,
pri $5 \in \mathbb{N}$, da je zaradi $\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N}$, $5 \in \mathbb{Z}^+$ in zato tudi element $\mathbb{Z}$.
Pri številu 0 dodamo, da sestavlja samostojno množico z enim elementom znotraj celih števil: $0 \in \mathbb{Z}$.
Pri številu 23 lahko dodamo, da je število celo ter tudi naravno.

Upodobitev celih števil

Opišimo sliko. Njeno sporočilo prevedimo v matematično sliko in zapis.



$\mathbb{Z} = \mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^{-} \cup \{0\}$

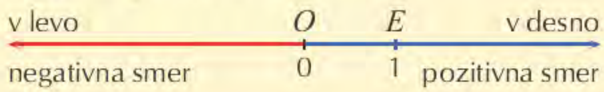


Opišemo.
Robot na sliki koraka z enako dolgimi koraki z dolžino 1 enote po dveh ločenih območjih, ki ju loči *izhodišče* v točki z oznako 0.

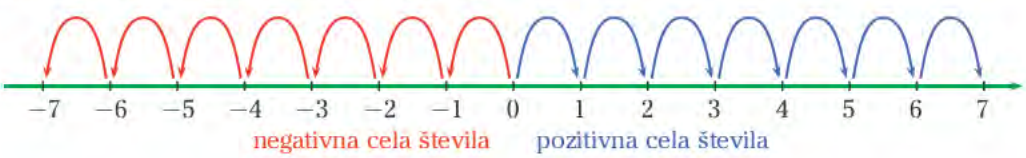
Razberemo matematično sporočilo.
V točkah območja **desno od izhodišča** prepoznamo slike zaporednih *naravnih števil*. V točkah **levo od izhodišča** prepoznamo slike *negativnih celih števil*. Zato sliko »korakanja robota« poenostavimo. V ta namen številski poltrak z izhodiščem v točki O in izbrano razdaljo med točkama O in E, ki je enaka enoti, dopolnimo. In sicer:
- izhodiščno točko O preimenujmo v sliko števila 0;
- številski poltrak z izhodiščem v točki 0, skozi točko E z dopolnilnim poltrakom dopolnimo v *številsko premico*.

Povzemimo.

Številska premica je premica z izhodiščem O, enoto in usmerjenostjo. Izhodišče je slika števila 0, enota je določena z razdaljo $|OE| = 1$ med točkama O in E desno od nič, poltrak desno od O ima pozitivno smer, njemu dopolnili poltrak v levo od O pa negativno smer.



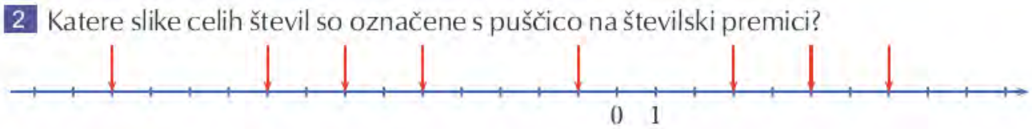
Prikažemo cela števila na številski premici.



Pozitivna cela števila prikažemo na številski premici kot točke, ki si sledijo v razdalji ene enote desno od ničle.

Negativna cela števila prikažemo na številski premici kot točke, ki si sledijo v razdalji ene enote levo od ničle.

2 Katere slike celih števil so označene s puščico na številski premici?



Preberemo s slike.
Na številski premici so s točkami upodobljena števila -13, -9, -7, -5, -1, 3, 5, 7.

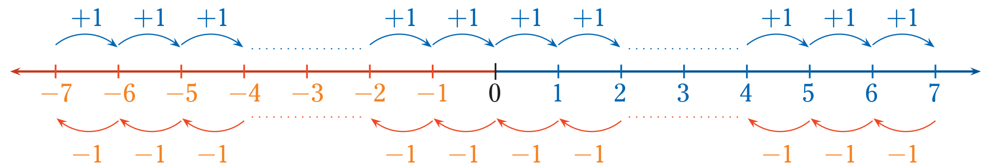
Urejenost celih števil

Pomagajmo si s sliko in ugotovimo:

a) Kako se spreminjajo velikosti zaporednih števil, ki jih dobimo pri risanju njihovih slik z nanašanjem enote v levo in kako v desno?

b) Kaj lahko razberemo iz lege slik dveh poljubnih celih števil?

Rišemo.



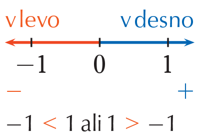
Ugotovimo.

a) Z zaporednim nanašanjem enote v levo dobimo pri vsakem naslednjem skoku za 1 manjše število. Števila se z nizanjem v levo manjšajo. Z nizanjem v desno dobimo z vsakim skokom za 1 večje število. Števila se z nizanjem v desno večajo.

b) Iz lege slik dveh poljubnih celih števil razberemo, da leži slika večjega števila vedno desno od slike manjšega števila. Npr.: $-3 < 0$; $0 > -2$; $-3 < 3$; $-3 > -5$; $3 < 5$.

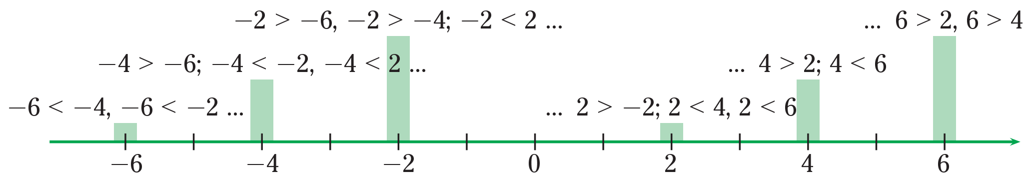
Povzemimo.

Na številski premici za točke
- **je levo od dane točke ustreza med števili odnos *je manjše od* (<).**
- **je desno od dane točke ustreza med števili odnos *je večje od* (>).**



Manjše od dveh celih števil leži na številski premici levo od večjega.
Vsako negativno število je manjše od 0, ker leži na št. premici levo od 0.
Vsako pozitivno število je večje od 0, ker leži na št. premici desno od 0.

3 Na številski premici upodobimo $\{2, 4, 6, -2, -4, -6\} \subset \mathbb{Z}$ in jih primerjamo.

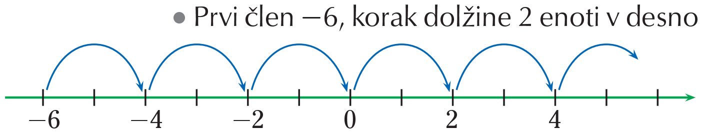


Zaporedja celih števil

Tudi cela števila lahko po določenem pravilu razporejamo v *zaporedja*. Pri tem si pomagamo z risanjem skokov na številski premici.

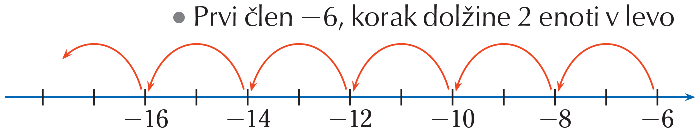
4 Na številski premici upodobimo in zapišimo zaporedji celih števil s prvim členom −6. V prvem zaporedju naj bo vsak naslednji člen za 2 večji od predhodnega, v drugem pa za 2 manjši.

- Prvi člen −6, korak dolžine 2 enoti v desno



Zapišemo.
$-6, -4, -2, 0, 2, 4, 6\ldots$

- Prvi člen −6, korak dolžine 2 enoti v levo



Zapišemo.
$-6, -8, -10, -12, -14, -16\ldots$

Vsem celoštevilskim zaporedjem, ki nastanejo s skoki enake dolžine, pravimo *aritmetična zaporedja*.

Naloge

47 *

Zapiši števila $-12, 3, 15, -16, -7, 0, 9$ kot elemente ustreznih podmnožic celih števil.

48 **

Kaj je prav in kaj ni?

a) $13 \in \mathbb{N}$ in $13 \notin \mathbb{Z}$ **b)** $-12 \in \mathbb{N}$ in $-12 \in \mathbb{Z}^-$
c) $0 \notin \mathbb{Z}$ in $0 \in \{0\}$ **č)** $-1 \in \mathbb{Z}^-$ in $-1 \in \mathbb{Z}$

49 *

Izpiši iz podmnožice $\{-13, 13, +7, -7, -22, 22, 0\}$ podmnožice celih pozitivnih in negativnih števil.
V katero množico sodi število 0?

50 *

Zapiši vsaj po dve števili x_n, za kateri velja, da so hkrati elementi označenih množic.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}$
x_1	✓		✓	
x_2	✓		✓	✓
x_3		✓		✓

51 *

Zapiši s simboli in pojasni, zakaj velja trditev:
Množica naravnih števil $\mathbb{N}$ je podmnožica množice celih števil $\mathbb{Z}$.

52 *

a) Zapiši množico celih števil kot unijo treh množic.
b) Razloži razliko med številskim poltrakom in številsko premico.
c) Katera števila je mogoče upodobiti na poltraku in katera na številski premici?

53 *

Dopolni številski trak z ustreznimi celimi števili.

a)

		-4			-1			2			

b)

	-2		0								

54

Ali ima Mina prav, ko trdi:
Na številski premici vedno narišemo večje število levo od manjšega.

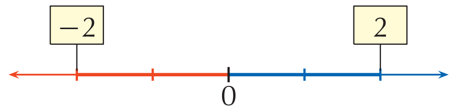
55

Upodobi števila na številski premici.

a) $5,\ -6,\ 3,\ -2,\ -4,\ 5$
b) $-12,\ 16,\ 25,\ -8,\ -20,\ 10$

56

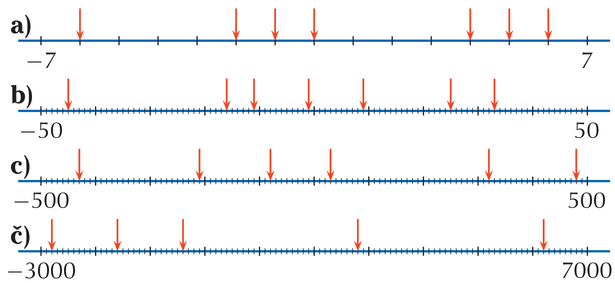
Oglej si sliko dveh celih števil in z nje ugotovi njuno medsebojno povezavo.



Zapiši še nekaj parov števil z enako lastnostjo.

57 **

Ugotovi enoto in izpiši števila, katerih sliko kaže na številski premici rdeča puščica.



58 **

Zapiši celo število, ki leži na številski premici tik pred in tik za danimi števili:
$-2, 7, -1, 0, 200, -999$.

59 *

Na številski premici upodobi slike danih števil. Pazi na merilo.

a) $-8,\ +1,\ 0,\ -1,\ +5,\ -4,\ +4$
b) $-25,\ +23,\ +7,\ -17,\ -11,\ +19,\ -8$
c) $+190,\ -170,\ -100,\ +140,\ +250,\ -230$
č) $+1200,\ +1900,\ -2300,\ -1500,\ +2800$

60 *

Med dani števili zapiši ustrezno trditev *leži levo od* ali *leži desno od*.

a) -8 ____ -2 **b)** 14 ____ -21
c) 254 ____ -254 **č)** $-2\,560$ ____ -256

61 *

Kaj je pravilno?

a) $2 < 6$ ali $6 > 2$
b) $7 < 13$ ali $7 > 13$
c) $-4 < -8$ ali $-4 > -8$
č) $-9 < -6$ ali $-9 > -6$
d) $-10 < -9$ ali $-10 > -9$

62 **

Vpiši v □ ustrezni znak neenakosti, nad črto pa zapiši lego slike števila.

a) $-7\square-9$
-7_____ -9

b) $-111\square 101$
-111_____101

c) $95\square-95$
95_____ -95

č) $-454\square-445$
-454_____ -445

63 **

Poišči in popravi napake.

a) $5<2,\ 7>-7$

b) $-3>1,\ -22>-11$

c) $-128<-127,\ -1\,356>136$

64 **

Zapiši vsa cela števila, ki so:

a) večja od -3 in manjša od 3,

b) večja od -16 in manjša od -11,

c) večja od 0 in manjša od 6,

č) manjša od 0 in večja od -4.

65 *

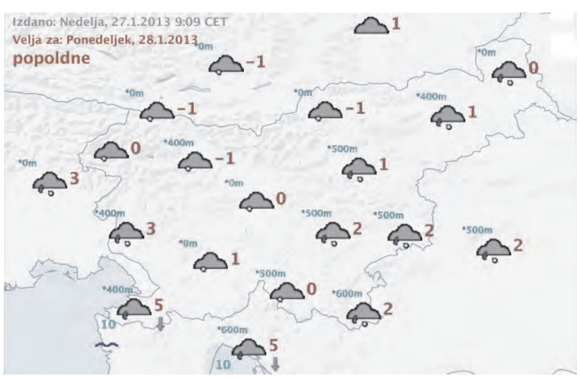
Uredi po velikosti. Začni z najmanjšo vrednostjo.

a) $4\,^\circ\mathrm{C},\ -8\,^\circ\mathrm{C},\ -4\,^\circ\mathrm{C},\ 0\,^\circ\mathrm{C},\ +12\,^\circ\mathrm{C},\ -6\,^\circ\mathrm{C}$

b) -5 m, $+7$ m, 1 m, -3 m, 5 m, -2 m

66 *

S slike preberi napovedane temperature označenih mest, katerih imena poišči na zemljevidu. Temperature razporedi od najnižje do najvišje v preglednico.



67

Uredi števila po velikosti. Začni z najmanjšim.

a) $+2,\ -10,\ 0,\ +12,\ -18,\ -11,\ -1,\ -9$

b) $-9,\ +2,\ -13,\ +9,\ 13,\ 0,\ -2,\ 10$

c) $+30,\ -41,\ -31,\ +18,\ +45,\ -5,\ 0,\ -17$

68

Nadaljuj začeta zaporedja.
Napiši še vsaj šest nadaljnjih števil.

a) $-10,\ -13,\ -16,\ -19,\ \ldots$

b) $+7,\ +5,\ +3,\ +1,\ -1\ \ldots$

c) $-73,\ -67,\ -61,\ -55\ \ldots$

69 *

Dopolni številski vzorec v obe smeri z vsaj še štirimi števili.

a) $\ldots 5,\ 3,\ 1 \ldots$

b) $\ldots 15,\ 10,\ 5,\ 0 \ldots$

c) $\ldots -8,\ -6,\ -4 \ldots$

č) $\ldots -2,\ -5,\ -8 \ldots$

70 **

Uredi zgodovinske podatke.
Začni z najstarejšim dogodkom.
776 pr. n. š. prve olimpijske igre,
2530 pr. n. š. gradnja Keopsove piramide,
753 pr. n. š. ustanovitev Rima,
622 n. š. začetek muslimanskega štetja časa,
64 n. š. požig Rima.

71 **

Ugotovi, kaj vse v zapisu manjka.
Rimski cesar Avgust je bil rojen leta 63. Umrl je v starosti 77 let leta 14.

72 *

Preglednica kaže temperature tališč, pri katerih se začne taliti trdna snov, in vrelišč, pri katerih začne vreti tekočina.

Snov	Tališče ($^\circ$C)	Vrelišče ($^\circ$C)
Bencin	-57	108
Svetilni plin	-190	-42
Antifriz	-68	197
Zrak	-213	-191
Ozon	-251	-113
Živo srebro	-39	357
Kisik	-219	-183
Voda	0	100

Uredi snovi:

a) po tališču,

b) po vrelišču.

73 *

Zapisana so zaporedja celih števil. Smiselno dopiši še pet nadaljnjih števil.

a) $+15,\ +8,\ +1,\ -6\ \ldots$

b) $-32,\ -24,\ -16\ \ldots$

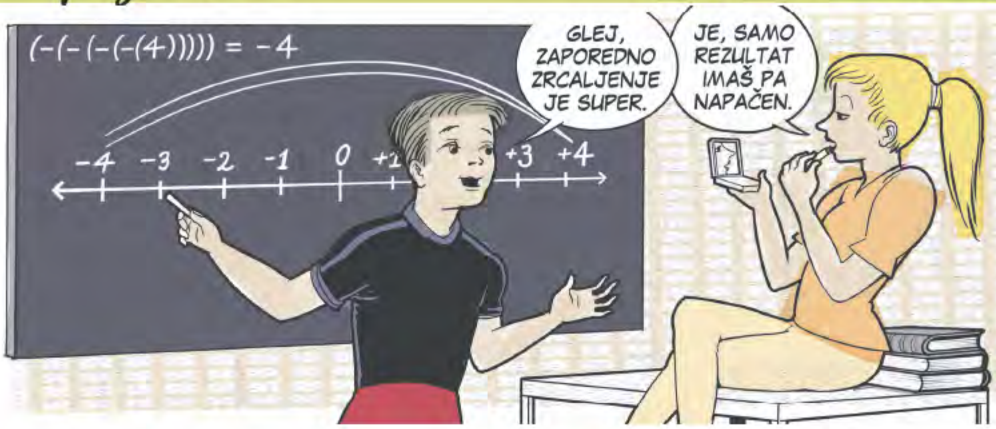
c) $+40,\ +28,\ +16,\ +4\ \ldots$

č) $+3,\ +4,\ +1,\ 2,\ -1 \ldots$

d) $-2,\ +4,\ -6,\ +8\ \ldots$

e) $-1,\ -1,\ -2,\ -3,\ -5\ \ldots$

Nasprotna in absolutna vrednost

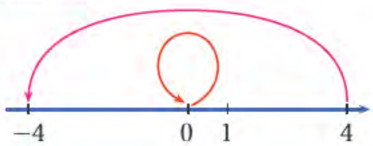


Prepričaj se, ali ima Maja prav.

Absolutna vrednost. Nasprotni števili.

Raziščimo povezavo med številoma +4 in −4, upodobljenima na številski premici. Kaj ugotovimo? Ali ta ugotovitev velja tudi za vsa druga cela števila?

Rišemo.



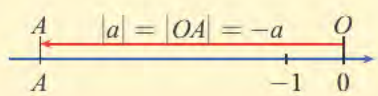
Ugotovimo.

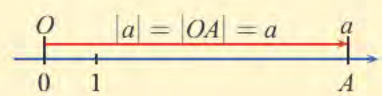
1. Sliko števila −4 smo dobili z zrcaljenjem slike števila +4 čez izhodišče O.
2. Sliki obeh števil ležita *simetrično* glede na točko O. Ležita druga drugi **nasproti**.
3. Razdalji slik števil +4 in −4 do točke O sta enaki.
4. Za vsa preostala števila, ki se med seboj razlikujejo samo v predznaku, torej za pare števil +1 in −1, 2 in −2, 3 in −3 itd., veljajo enake ugotovitve. Izjema je le število 0.
5. Število 0 se prezrcali vase.

Dogovorimo se.

Naj bo točka A slika poljubnega celega števila a.
Razdaljo **med točko A in začetno točko O na številski premici imenujemo** ***absolutna vrednost*** **števila a in jo zapišemo:**

$$|a| = |OA|$$



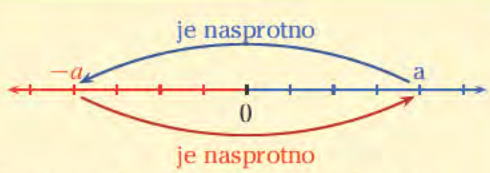


Razdalja je fizikalna količina, za katero vemo, da je vedno pozitivna. Zato dodajmo:

Absolutna vrednost **vsakega celega števila, razen števila 0, je vedno pozitivna. Absolutna vrednost števila 0 je 0.**

1 $|+9| = 9$ **2** $|-9| = 9$ **3** $|0| = 0$

Števili, ki ju z zrcaljenjem čez točko 0 preslikamo drugo v drugo, imenujemo ***nasprotni števili.***



Nasprotni števili **imata različna predznaka in enako absolutno vrednost.**

$$|-a| = |+a| = a$$

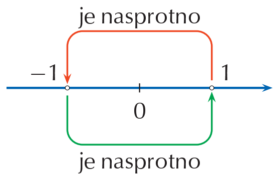
$|-a| = |+a| = a$

4 Para nasprotnih števil sta: (−7, 7), ker je $|-7| = 7$, (3, −3), ker je $|-3| = 3$.

Lastnost nasprotnih števil

Izberimo število in ga zrcalimo v obeh smereh. Kaj ugotovimo?

Premislimo, skiciramo, zapišemo.



- Številu 1 je *nasprotno število* −1, in obratno:
- številu −1 je *nasprotno število* 1.

Relacijo *je nasprotno* po matematično zapišemo z znakom minus (−), torej: $-(-1) = 1$.

Povzemimo.

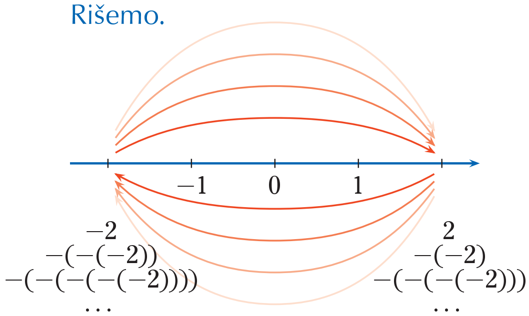
Dva zaporedno zapisana minusa vedno ločimo z oklepajem.

***Nasprotnost dveh števil* je vzajemna: če je število a *nasprotno številu* $-a$, je tudi število $-a$ *nasprotno številu* a.**

$$-(-a) = a$$

5 Številom -2, $-(-2)$ in $-(-(-2))$ poiščimo nasprotna števila. Pomagajmo si z zrcaljenjem.

Rišemo.



Zapišemo.
Številu -2 je nasprotno število 2, ker velja
$-(-2) = 2$.
Številu $-(-2)$ je nasprotno število -2, ker velja
$-(-(-2)) = -2$.
Številu $-(-(-2))$ je nasprotno število 2, ker velja
$-(-(-(-2))) = 2$.

Zapomnimo si.

Minus lahko pomeni:
- **znak za operacijo odštevanja, na primer:** $15 - 5 = 10$,
- **predznak nekega števila, na primer** -4,
- **znak za nasprotno vrednost danega števila, na primer:** $-(-4) = 4$.

Naloge

74

Določi absolutno vrednost danih števil.

a) -11 **b)** $+101$ **c)** -17 **č)** 14

75 **

Danemu številu priredi nasprotno število.

a) -13 **b)** $+25$ **c)** $-1\,501$

76 **

Dopolni preglednico.

Število	−7	−8	31	−12	0	−143	+111	−242
Abs. vr.								
Naspr. št.								

77 **

Dopolni preglednico.

Število	−9	+35					−43	
Abs. vr.					801			12
Naspr. št.			+16	−79		+101		

78 **

Dana so števila: -6, $+10$, -8, -3, $+7$, 0, -12, $+15$

a) Uredi števila po velikosti od najmanjšega do največjega.

b) Poišči absolutne vrednosti števil in jih ponovno uredi na enak način.

79 **

Ugotovi odnos *je manjše* (<) ali *je večje* (>) med danima številoma in še med njunima absolutnima vrednostma. Kaj ugotoviš?

a) -18 in -2 **b)** -11 in $+8$

c) $+12$ in -30 **č)** $+36$ in $+63$

80

1) Pojasni pojem nasprotnih števil.

2) Danim številom poišči nasprotna števila.

a) $8,\ -188$ **b)** $-2,\ -25$ **c)** $-11,\ +17$

81

Izračunaj. Kaj ugotoviš?

$(-1)+(+1)$ **a)** $(+3)+(-3)$

82

Kateri števili imata dano absolutno vrednost?

a) 6 **b)** 13 **c)** 7 **č)** 123

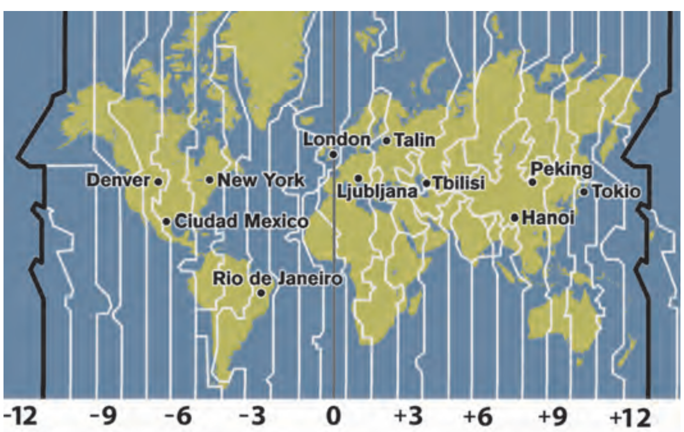
83 **

Zemljevid kaže časovne pasove na Zemlji. Vsi kraji v določenem pasu imajo enak čas.

a) Katera vrisana mesta po času zaostajajo za časom v Ljubljani?

b) Katera vrisana mesta po času prehitevajo čas v Ljubljani?

c) Katera mesta imajo do Ljubljane manjši časovni razmik kot Peking?



84

Z zrcaljenjem ugotovi zapisanemu številu nasprotno število.

a) $-(-(-7))$

b) $-(-(-(-(-3))))$

c) $-(-(-(-(-(-(-(-(5))))))))$

85 *

Vstavi pravi znak: *je manjše* (<), *je večje* (>) ali *je enako* (=).

a) $|-320|\ \square\ |-2|$ **b)** $|-57|\ \square\ +35$

c) $-402\ \square\ |-420|$ **č)** $|+124|\ \square\ -135$

d) $203\ \square\ |-302|$ **e)** $|-42|\ \square\ 42$

86 *

Katero celo število lahko vstavimo? Naštej vsaj tri možnosti.

a) $|\square| < 4$ **b)** $|\square| > 4$

c) $2 > |\square|$ **č)** $|\square| > -2$

87 *

Katero število se od svoje nasprotne vrednosti razlikuje za:

a) 6 **b)** 4 **c)** 18

88 *

Izračunaj.

a) $|5| + |-5|$ **b)** $|-5| + |-5|$

c) $|5| - 5$ **č)** $|-5| - |-5|$

d) $|-5| + 5$ **e)** $5 - |-5|$

89

Uredi po velikosti naslednja števila.
Začni z najmanjšim.

a) $-2,\ -5,\ |-5|,\ |-2|,\ -4,\ |-4|$

b) $438,\ |-384|,\ -843,\ |-834|,\ |348|$

c) $|-56|,\ 34,\ -12,\ |-23|,\ 0,\ -23$

90

Za katero celo število velja zapis
$\square > -4$ in hkrati $\square < 4$?
Pri reševanju si pomagaj z risanjem.

91

Imenuj pet celih števil, ki so:

a) manjša od 7, a imajo večjo absolutno vrednost kot 7,

b) večja od -7, a imajo manjšo absolutno vrednost kot število -7.

92

Ali je trditev pravilna? Popravi ali dopolni.

Za vsako celo število velja, da mu lahko priredimo celo število, ki ima enako absolutno vrednost, a je nasprotno predznačeno.

Racionalna števila

Racionalno število **je vsako število, ki ga lahko zapišemo z *ulomkom*. Ulomek vedno lahko preoblikujemo v *končno* ali *periodično decimalno številko*. Npr.:** $\frac{1}{2} = 0{,}5$, $\frac{1}{3} = 0{,}3333\ldots = 0{,}\overline{3}$.
Množico racionalnih števil označimo s $\mathbb{Q}$.

Ulomek je število, ki izraža izbrani del na enake dele razdeljene celote. *Celoto* označimo z 1, enake dele celote zapišemo z *ulomki*:

- **3** → *števec* pove, koliko teh delov vzamemo,
- **—** → *ulomkova črta* nakazuje delitev,
- **4** → *imenovalec* pove, na koliko enakih delov razdelimo celoto.

Ločimo:
Ulomke, manjše od 1: $\frac{3}{4}$ $(3 < 4)$;
ulomke, enake 1: $\frac{3}{3}$ $(3 = 3)$;
ulomke, večje od 1: zapišemo jih $\frac{15}{4}$ $(15 > 4)$ ali s celim delom in ulomkom, manjšim od 1: $\frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ ali v razčlenjenem zapisu: $\frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$;
desetiški ulomek ima imenovalec 10^n; $n \in \mathbb{N}$.
Ulomek je tudi **količnik dveh naravnih števil** $\frac{a}{b}$.
Pri tem ulomkova črta pomeni deljenje:
$\frac{2}{5} = 2 : 5 = 0{,}4$ ali $\frac{1}{3} = 1 : 3 = 0{,}\overline{3}$

Lastnosti: razširjanje, krajšanje

Ulomek *razširimo* (*krajšamo*), če mu števec in imenovalec *pomnožimo* (*delimo*) z istim naravnim številom.

$$\frac{1}{2} \xrightarrow{\cdot 2} \frac{2}{4} \qquad \frac{2}{4} \xrightarrow{:2} \frac{1}{2}$$

Ulomek $\frac{a}{b}$ je *okrajšan*, če ima za števec in imenovalec *tuji si števili*: $D(a, b) = 1 \Rightarrow \dfrac{a}{b}$ je okrajšan.
Razširjeni ulomki okrajšanega ulomka so *enakovredni* ali *ekvivalentni ulomki*. Imajo različne zapise, predstavljajo pa isto število:
$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \ldots \Rightarrow \frac{2}{4}, \frac{3}{6} \ldots$$

Decimalna številka je številka, zapisana z decimalno vejico.
Pogovorno ji rečemo tudi *decimalno število*.

$$\underbrace{13413}_{\text{celi del}}\;,\;\underbrace{21356}_{\text{decimalni del}}$$
decimalna vejica

Decimalke v decimalnem številu imajo *mestne vrednosti*. Od decimalne vejice v desno si sledijo *desetine, stotine, tisočine* …
Zapis decimalnega števila v *razčlenjeni obliki:*
$23{,}527 = 23 + \frac{5}{10} + \frac{2}{100} + \frac{7}{1000} = 23\frac{527}{1000}$
Premik decimalne vejice v decimalnem številu za eno mesto, dve … mest v desno (levo) ustreza množenju (deljenju) števila z 10, 100 …
$$3{,}14 \cdot 10 = 31{,}4 \text{ in } 3{,}14 : 10 = 0{,}314$$
Ničle na koncu decimalk ne spremenijo vrednosti števila, zato jih lahko dopišemo ali spustimo.

Lastnost: zaokrožanje decimalnih števil

Decimalno število lahko *zaokrožimo* na eno, dve ali več decimalnih mest. Decimalna števila zaokrožamo po enakem dogovoru kot naravna števila.
Če je okrajšana števka manjša ali enaka 4, se števka pred njo ne spremeni, če je enaka ali večja od 5, pa se spremeni za eno mesto navzgor.

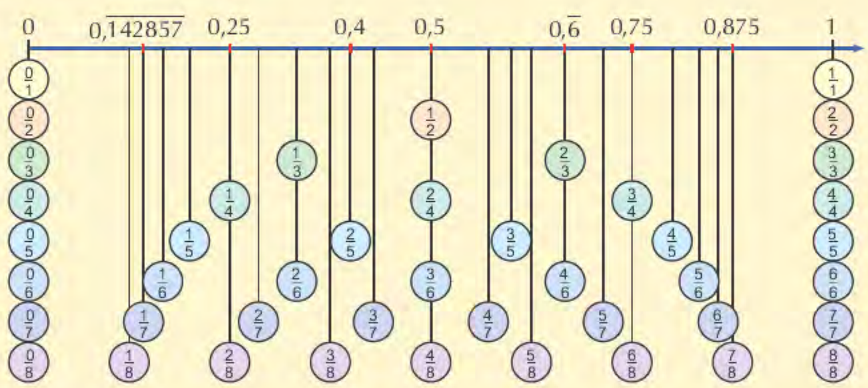
$2{,}5\mathbf{3} \approx 2{,}5 \Rightarrow$
zaokrožili smo navzdol na desetine.

$2{,}475 \approx 2{,}48 \Rightarrow$
zaokrožili smo navzgor na stotine.

$2{,}700\mathbf{0} = 2{,}70\mathbf{0} = 2{,}7\mathbf{0} = 2{,}7 \Rightarrow$
poenostavljen zapis brez zaokrožanja.

Upodobitev racionalnih števil na številskem poltraku

Vsaki točki številskega poltraka lahko priredimo **eno samo število**. Če je izbrana točka slika ulomka, jo lahko zapišemo na poljubno mnogo načinov:
$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \ldots$
$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \ldots$
Te pa preprosto »navesimo« na vrvico.



Naloge

93 *

Zapiši po tri ulomke, ki so:

a) manjši od 1,
b) enaki ena,
c) večji od 1. Zapiši jih na vse mogoče načine.

94

Imenuj dani ulomek. Kaj označuje? Zapiši ga še na vsaj dva različna načina.

a) $\frac{1}{4}$ **b)** $\frac{6}{7}$ **c)** $\frac{7}{6}$ **č)** $\frac{7}{7}$

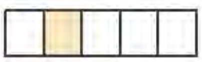
95

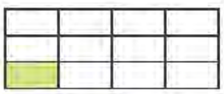
Števila 15, 1, 0, 1 000 zapiši z ulomkom na vsaj tri različne načine. Kaj to pomeni glede na razvrstitev števil v številski množici $\mathbb{N}$ in $\mathbb{Q}$?

96 *

Obarvani del lika zapiši z ulomkom in decimalnim številom. Kolikšen del ulomka moraš še pobarvati do celote? Zapiši na oba načina.

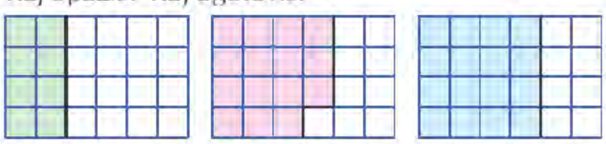
a) 

b) 

c) 

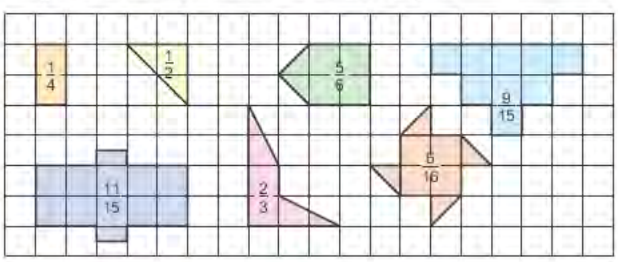
97 *

Kolikšen del celotne ploščine lika je obarvan? Odgovor zapiši z ulomkom na vsaj dva različna načina. Vsak ulomek zapiši tudi z decimalno številko.
Kaj opaziš? Kaj ugotoviš?



98 *

Dopolni del danega lika do celote z risanjem. Rezultat prikaži tudi v matematičnem zapisu.



99

Okrajšaj decimalni zapis racionalnih števil $0{,}85\overline{3}$, $2{,}434782609$ in $1{,}41\overline{6}$ najprej na tri, nato še na dve decimalni mesti.

100

Zapiši v razčlenjeni obliki: 732,505; 13,78; 0,02035.

101

Zapiši z decimalno številko. Kako prideš hitreje do rezultata. Pojasni, zakaj.

a) $\frac{3}{10}$; $\frac{123}{100}$; $3\frac{45}{100}$; $\frac{1}{100}$; $\frac{23}{10}$; $\frac{38}{1\,000}$
b) $\frac{7}{9}$; $\frac{15}{7}$; $3\frac{1}{5}$; $2\frac{14}{25}$; $15\frac{17}{42}$

102

Zapiši kot ulomek, ki ga okrajšaj, če je to mogoče.
0,3; 0,8; 0,180; 1,05; 1,903; 0,35

103

Katera med števili $\frac{4}{2}$, $\frac{1}{2}$ 2,0, 0,5 $\frac{6}{3}$, $\frac{2}{1}$, $\frac{10}{5}$, $\frac{7}{3}$, 0,875, $\frac{12}{13}$ so naravna števila, katera racionalna?

104 *

Zapiši s puščico označena racionalna števila.

105 *

Na številskem poltraku prikaži slike danih racionalnih števil. Na isti sliki prikaži še po dva ekvivalentna ulomka k vsakemu ulomku.

a) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$ in $\frac{2}{3}$. **b)** $\frac{5}{10}$, $\frac{6}{4}$, $\frac{9}{2}$

106

Izračunaj deleže.

a) $\frac{3}{4}$ od 24 cm **b)** $\frac{7}{24}$ od 360 kg
c) $\frac{9}{15}$ od 345 cm^2 **č)** $\frac{23}{25}$ od 425 g

107

Uredi po velikosti.
$\frac{4}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{3}$; 0,25; $\frac{4}{9}$; 0,4; 0,76; $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{7}$; $\frac{1}{5}$

108 *

Zapiši z naslednjo večjo enoto.

a) 9 dm **b)** 15,6 cm **c)** 3 516 g
č) 235 ℓ **d)** 65,3 mm **e)** 891 mg
f) 8825 mℓ **g)** 0,8 dm **h)** 1 625 mm^3

109 *

Zapiši z naslednjo manjšo enoto.

a) 0,80 cm **b)** 69 m **c)** 0,37 hℓ
č) 0,05 dm **d)** 0,43 m **e)** 2,067 hℓ

110 *

Izrazi z naslednjo manjšo enoto.

a) $\frac{1}{2}$ m, $\frac{3}{5}$ dm, $\left(\frac{2}{3}\right)^\circ$
b) $\frac{6}{50}$ hℓ, $\frac{13}{25}$ m^2, $\left(\frac{12}{15}\right)^\circ$
c) $\frac{5}{12}$ dneva, $\frac{1}{3}$ ure, $\left(\frac{75}{60}\right)^\circ$

3 Spoznavamo

Še o množici racionalnih števil

Ali je Anita pravilno razumela recept?

Po čem to lahko sklepaš?

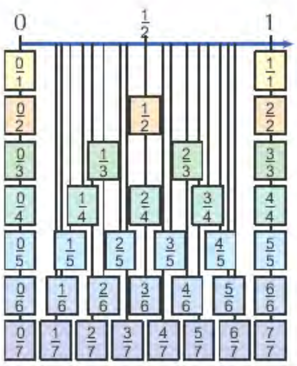
Kaj misliš, da je pri Anitinem receptu zmotilo Borisa? Pojasni.

Množica racionalnih števil

Doslej smo dele merskih enot, npr.: desetin, stotin, tisočin ..., polovic, tretjin ... vseh vrst količin, npr. 0,5 ℓ, $\frac{1}{2}$ kg, 2,8 km, 18,15 € ... izražali s *pozitivnimi racionalnimi števili*. Kratko smo jih imenovali racionalna števila in jih zapisovali z ulomki ali z decimalnimi številkami. Zamolčali pa smo, da tako kot s celimi števili tudi z racionalnimi števili lahko izražamo nizke temperature, zemeljske depresije, pomanjkanje raznih količin, dolgove ipd. Pri vpeljavi teh števil sledimo zgledu celih števil.

Na številski premici z zrcaljenjem pozitivnih racionalnih števil $\mathbb{Q}^+$ prek točke 0 vpeljimo še *množico negativnih racionalnih števil* $\mathbb{Q}^-$. Obe množici, skupaj s številom 0, združimo v množico racionalnih števil $\mathbb{Q}$.

Premislimo. Pred risanjem pozitivnih racionalnih števil upoštevajmo:



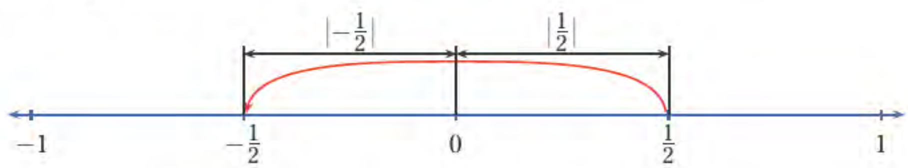
Vsako pozitivno racionalno število lahko zapišemo z natanko določenim *okrajšanim ulomkom*, ki ga lahko upodobimo z eno točko na pozitivnem delu številske premice.

$$\frac{a}{b}; \quad a \in \mathbb{N}_0, \quad b \in \mathbb{N}, \quad D(a, b) = 1$$

Vsak drug ulomek, ki predstavlja isto racionalno število, je njegov razširjeni ulomek $\frac{n \cdot a}{n \cdot b}; n \in \mathbb{N}$.

Rišemo.

- Narišemo pozitivno racionalno število $\frac{1}{2}$ in ga z zrcaljenjem čez točko 0 preslikamo v nasprotno število $-\frac{1}{2}$.
- Na enak način prezrcalimo vsa nadaljnja racionalna števila. Pri tem upoštevamo, da je $|+\frac{a}{b}| = |-\frac{a}{b}|; b \neq 0$.



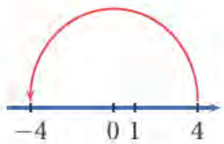
Množico iz pozitivnih in negativnih števil ter število 0 združimo v množico *racionalnih števil*: $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^-$.

Ime »racionalno« število izhaja iz izraza »racio«, latinsko »ratio«, ki ima več pomenov. V matematiki ga razumemo kot »razmerje«, »račun« dveh količin. Od tod: *Racionalno število je število, ki ga lahko zapišemo z ulomkom*, npr. $\frac{1}{5}$, za katerega pa vemo, da pomeni tudi deljenje števca z imenovalcem $\frac{1}{5} = 1 : 5$.

Povzemimo.

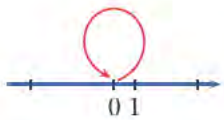
Množico racionalnih števil $\mathbb{Q}$ sestavljajo vsa pozitivna in negativna števila, ki jih lahko zapišemo z okrajšanim ulomkom. Za števec lahko izbiramo vsa cela števila, za imenovalec pa vsa cela števila brez ničle.

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b}; \ a \in \mathbb{Z}, \ b \in \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^-\right\}$$



1 Kako *pozitivno racionalno* število spremenimo v *negativno*?

Ugotovimo.
Pozitivno racionalno število spremenimo v negativno tako, da ga prezrcalimo prek koordinatnega izhodišča.



2 Pojasnimo, zakaj je število 0 racionalno.

Premislimo in pojasnimo.
Število 0 je racionalno, ker ga lahko zapišemo kot ulomek $\frac{0}{1} = 0$ ali splošno $0 = \frac{0}{n}$; $n \in \mathbb{N}$.
Pojasnimo lahko tudi takole: Ker je $0 \in \mathbb{Z}$ in $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$, je tudi $0 \in \mathbb{Q}$.

3 Ali množica racionalnih števil vsebuje tudi naravna in cela števila?

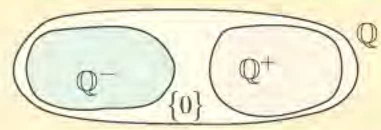
Premislimo in pojasnimo.
Upoštevajmo, da je $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$ in da vsako *celo število* lahko zapišemo kot *ulomek z imenovalcem 1*. Zato sledi:
Vsako *naravno* in *celo* število je hkrati tudi *racionalno število* in $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.
To nam omogoča, da tako kot množico celih števil tudi množico racionalnih števil lahko razdelimo na tri podmnožice.
Povzemimo.

Množico racionalnih števil dobimo z razširitvijo množice celih števil, zato sta množica naravnih in množica celih števil njeni podmnožici.

$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$$

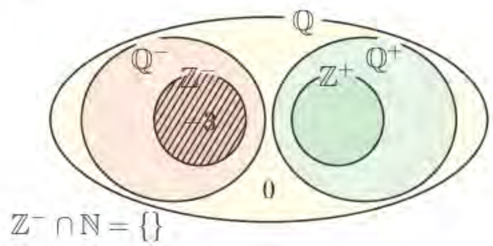
Racionalna števila lahko zapišemo kot unijo treh množic:

$$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^-$$



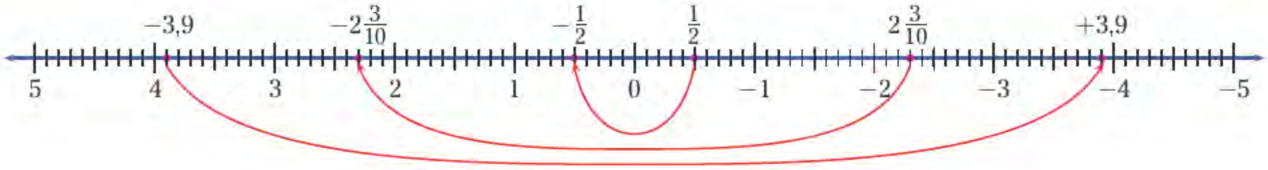
4 Pojasnimo, zakaj sta izjavi $-3 \notin \mathbb{N}$ in $-3 \in \mathbb{Q}^-$ pravilni.

- -3 je element množice negativnih celih števil. Presek množice $\mathbb{Z}^-$ in množice naravnih števil je prazen, zato je izjava $-3 \notin \mathbb{N}$ pravilna.
- -3 je negativno celo število. Množica $\mathbb{Z}^-$ je podmnožica $\mathbb{Q}^-$, zato je izjava $-3 \in \mathbb{Q}^-$ pravilna.



5 Na številski premici upodobimo pozitivna racionalna števila $\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{10}$, $-3{,}9$ in njim *nasprotna števila*.

Premislimo in rišemo.
Dano in njemu nasprotno število imata enako absolutno vrednost in različna predznaka. Zato ležita na različnih straneh izhodišča O na številski premici. Torej bomo narisali vsa pozitivna racionalna števila in vsako posebej prezrcalili čez izhodišče, kot kaže slika.



Pojasni, zakaj lahko med številoma 0 in 1 ter med −1 in −2 upodobiš neskončno mnogo racionalnih števil.

Naloge

111 *

Kateri zapisani ulomki so med seboj enaki? Kako jih imenujemo?

a) $\frac{2}{4}, \frac{4}{1}, \frac{15}{30}, \frac{22}{44}, \frac{215}{430}$ **b)** $\frac{3}{7}, \frac{7}{3}, \frac{30}{70}, \frac{15}{35}, \frac{35}{15}$

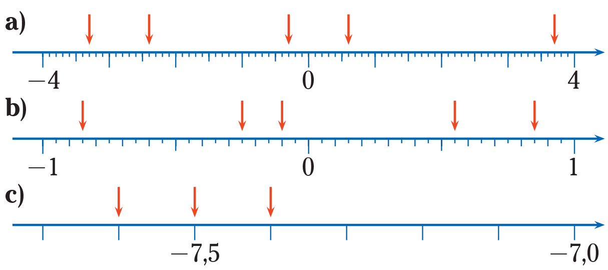
112

Izrazi zapisane ulomke z enim samim racionalnim številom. Zapiši ga na dva različna načina.

a) $\frac{8}{10}, \frac{12}{15}, \frac{40}{50}$ **b)** $\frac{27}{33}, \frac{18}{22}, \frac{45}{55}$

113 **

Odčitaj na številski premici s puščico upodobljena racionalna števila.



114 *

Pavel je takole okrajšal ulomka:

$\frac{12}{18} = \frac{\cancel{6}2}{\cancel{6}3} = \frac{2}{3}$ in $\frac{\cancel{3}+1}{\cancel{3}+3} = \frac{1}{3}$

Če meniš, da ni račun prav, to utemelji in popravi.

115 *

Opiši, katerim množicam števil pripadajo zapisana števila.

a) $+3{,}6;\ -3{,}2;\ -6{,}3;\ +0{,}7;\ +1{,}4;\ -0{,}8$

b) $+7{,}5;\ -0{,}25;\ +\frac{4}{7};\ 0;\ -9{,}3333\ldots;\ -3;\ -2$

c) $+5\frac{2}{7},\ -1{,}\overline{3},\ -8\frac{3}{4},\ +0{,}\overline{142857},\ -14\frac{1}{9}$

116 *

Izpiši pravilne zapise. Napačne popravi.

a) $-0{,}9 \in \mathbb{Q}$ **b)** $17{,}5 \in \mathbb{Z}$ **c)** $+\frac{7}{5} \in \mathbb{Q}^-$

č) $-1\frac{3}{7} \notin \mathbb{Q}$ **d)** $0 \notin \mathbb{Q}^-$ **e)** $-2{,}3 \in \mathbb{Q}^-$

117 *

Dani so temperaturni podatki meteorološke postaje za en dan.

Čas	4^{00}	8^{00}	12^{00}	16^{00}	20^{00}	24^{00}
Temperatura (°C)	−5,6	−3,5	+6,3	+5,2	−0,8	−4,3

a) Na številski osi upodobi izmerjene temperature.
b) V preglednici uredi temperature od najnižje do najvišje.
c) Kdaj preko dneva je bila temperatura najvišja in kdaj najnižja?

118

Na številski premici upodobi slike števil.

a) $\frac{3}{4},\ -\frac{1}{2},\ -\frac{1}{4},\ -\frac{3}{4},\ +\frac{1}{2}$
b) $+2{,}8;\ -2{,}5;\ -1{,}7;\ -0{,}9;\ -3{,}4$

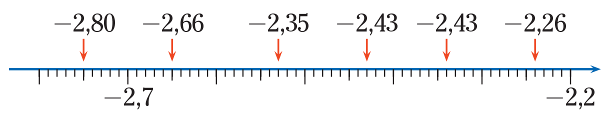
119 *

Potrdi pravilne izjave, napačne popravi.

a) Število 0 ni racionalno število.
b) Vsako naravno število je tudi racionalno.
c) Vsak ulomek je racionalno število.
č) Vsakemu racionalnemu številu ustreza več okrajšanih ulomkov.
d) Absolutna vrednost negativnega števila je negativna, pozitivnega pa pozitivna.

120 *

Katera števila so vpisana napačno?



121 *

Upodobi na številski osi slike števil:
$-0{,}3,\ \frac{3}{4},\ -\frac{5}{2},\ -3{,}1,\ 1\frac{1}{4},\ -1\frac{3}{4}$.

122

Število uvrsti v ustrezno podmnožico in razširjeno množico.

a) $-15 \in \mathbb{Z}^- \ldots$ **b)** $7 \in \mathbb{N} \ldots$

c) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}^+ \ldots$ **č)** $-0{,}8 \in \mathbb{Q}^- \ldots$

123

Ali veljajo zapisani odnosi med množicami? Če ne, jih popravi.

a) $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Q}$ **b)** $\mathbb{N} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{Z}$

c) $\mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$ **č)** $\mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$

d) $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \mathbb{Z}^+$ **e)** $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \mathbb{Q}^-$

124

Pojasni, kateri zapisi so pravilni in kateri ne.

a) $\frac{a}{b};\ a, b \in \mathbb{Z}$ **b)** $\frac{a}{b};\ a, b \in \mathbb{Z}; b \neq 0$

c) $\frac{a}{b};\ a \in \mathbb{Z},\ b \in \mathbb{N}$ **č)** $\frac{a}{b};\ a \in \mathbb{N}_0,\ b \in \mathbb{N}$

125

a) Zapiši vsaj tri racionalna števila, ki ležijo na številski premici med številoma $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{5}$.
b) Zapiši vsaj tri racionalna števila, ki ležijo na številski premici med številoma $\frac{1}{2}$ in $\frac{1}{3}$.

126

Nadaljuj z opisom. Vsako dano število uvrsti v čim več ustreznih podmnožic.

a) $-21 \in \mathbb{Z}$ **b)** $7 \in \mathbb{N}$ **c)** $\frac{5}{7} \in \mathbb{Q}$

Razmisli in pojasni.

Ali je Petrina naloga zares težja od Vidove?

Na kaj je pri opisu zahtevnosti naloge verjetno mislila Petra?

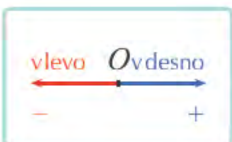
Urejenost racionalnih števil

$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^-$

Množico celih števil smo razširili v množico *racionalnih števil*, zato jih urejamo po enakih pravilih, kot smo uredili *cela števila*. Razlika je samo v tem, da imamo za razvrstitev dveh ulomkov na voljo več načinov primerjanja.

Ponovimo.

Na številski premici leži
- **manjše od dveh racionalnih števil levo od večjega,**
- **vsako negativno število levo od 0,**
- **vsako pozitivno število desno od 0.**



1 -7 leži levo od $+2$. $-7 < 2$

2 $-8{,}3$ leži levo od -8. $-8{,}3 < -8$

3 $\frac{1}{7}$ leži desno od $-\frac{1}{3}$. $\frac{1}{7} > -\frac{1}{3}$

Razporejanje racionalnih števil, zapisanih kot ulomki z različnimi imenovalci

4 Razvrstimo po velikosti racionalna števila $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ in $\frac{2}{7}$.

1. način. Razširimo na skupni imenovalec

Ker velja $\frac{28}{42} < \frac{21}{42} < \frac{12}{48}$, sledi $\frac{2}{7} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$, torej $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

2. način. Križno množimo

$\frac{2}{3} \quad \frac{1}{2}$: $2 \cdot 2 > 3 \cdot 1$ $\qquad$ $\frac{2}{7} \quad \frac{1}{2}$: $2 \cdot 2 < 7 \cdot 1$ $\qquad$ $\frac{2}{7} \quad \frac{2}{3}$: $2 \cdot 3 < 7 \cdot 2$

Ker je $4 > 3 \Rightarrow \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$. Ker je $4 < 7 \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{1}{2}$. Ker je $6 < 14 \Rightarrow \frac{2}{7} < \frac{2}{3}$.

Po primerjavi vseh treh neenakosti ugotovimo, da velja $\frac{2}{7} < \frac{1}{2} < \frac{2}{3}$, torej $\frac{2}{7}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$.

Ulomke primerjamo med seboj:
- kot ulomke s skupnim imenovalcem,
- z navzkrižnim množenjem,

$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

$a \cdot d < c \cdot b$

Če je $a \cdot d < c \cdot d \Rightarrow \frac{a}{b} < \frac{c}{d}$,

če je $a \cdot d > c \cdot d \Rightarrow \frac{a}{b} > \frac{c}{d}$

- kot decimalna števila,
- kot slike na številski premici.

5 Po premisleku razporedimo po velikosti racionalna števila $-4{,}3$, -7 in $+5{,}2$.

Sklepamo in razporedimo.
- Največje od vseh števil je edino pozitivno število $5{,}2$.
- Iz $|-4{,}3| = 4{,}3$ in $|-7| = 7$, sledi $7 > 4{,}3$ in zato je $-7 < -4{,}3$.

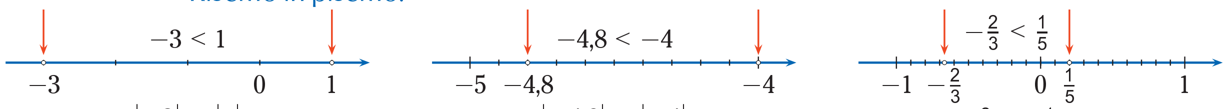
Iskana razporeditev je -7, $-4{,}3$, $5{,}2$

Od dveh *pozitivnih racionalnih števil* je večje tisto, ki ima večjo absolutno vrednost: $1{,}2 > 0{,}3$, **ker je** $|1{,}2| > |0{,}3|$.

Od dveh *negativnih racionalnih števil* je večje tisto, ki ima manjšo absolutno vrednost: $-1{,}2 < -0{,}3$, **ker je** $|-1{,}2| > |-0{,}3|$.

6 Upodobimo in zapišimo velikostni odnos števil -3 in 1, $-4{,}8$ in -4 ter $-\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{5}$.

Rišemo in pišemo.



$|-3| > |1|$ $\quad|-4{,}8| > |-4|$ $\quad\left|-\frac{2}{3}\right| > \left|\frac{1}{5}\right|$

Naloge

127 *

Trditve zapiši z matematičnimi znaki in simboli.

a) Temperatura $-15{,}5\ °C$ je nižja od $-12{,}4\ °C$.
b) Število -8 je na številski premici upodobljeno levo od števila 2.
c) Število $-3{,}4$ leži na številski premici desno od števila $-13{,}7$.

128 *

Vstavi ustrezno trditev: *leži levo od* ali *leži desno od.*

a) $-3{,}7$______0 **b)** $-3{,}4$______ $-14{,}8$
c) $-19{,}5$______3,9 **č)** 0______3,6

129 **

Dopolni preglednico.

Število	$-7{,}5$	$+\frac{2}{7}$					$-0{,}59$	
Abs. vr.					60,3			$\frac{1}{3}$
Naspr. št.			$+12$	$-\frac{3}{4}$		$+11{,}7$		

130

Upodobi velikostni odnos med številoma ter izberi pravilno trditev.

a) $2{,}6 < 4{,}2$ ali $2{,}6 > 4{,}2$
b) $-4{,}2 < -6{,}5$ ali $-4{,}2 > -6{,}5$
c) $-1{,}5 < 3{,}9$ ali $-1{,}5 > 3{,}9$
č) $-\frac{6}{7} < -\frac{6}{6}$ ali $-\frac{6}{7} > -\frac{6}{6}$

131 *

Vstavi ustrezni znak *je manjše* (<) ali *je večje* (>).

a) $4{,}62\square 3{,}72$ **b)** $-5{,}65\square -6{,}81$
c) $-4{,}122\square 4{,}126$ **č)** $-3{,}173\square -2{,}177$
d) $-\frac{3}{8}\square -\frac{2}{5}$ **e)** $-\frac{5}{7}\square\frac{3}{4}$

132

Uredi po velikosti od najmanjšega do največjega.

a) $-0{,}75$, $-7{,}05$, $-5{,}07$, $-0{,}57$
b) $-17{,}0$; $-0{,}71$; $+7{,}01$; $-70{,}1$; $+10{,}7$; $-10{,}7$
c) $-\frac{1}{10}$, $+\frac{1}{2}$, $-\frac{7}{10}$, 0, $-\frac{1}{3}$, $+\frac{2}{5}$
č) $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{7}$, $\frac{5}{8}$

133 *

Zapiši število, ki se od svoje nasprotne vrednosti razlikuje za: **a)** 8, **b)** 0,9, **c)** $\frac{3}{4}$, **č)** 4,7.

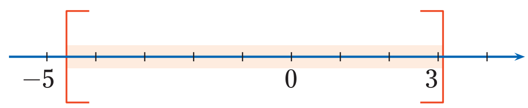
134 *

Nadaljuj zaporedje vsaj še s petimi členi.

a) 1,7, 1, 0,3, ...
b) $-14{,}6$, $-13{,}7$, $-12{,}8$, ...
c) -4, $-\frac{11}{3}$, $-3\frac{1}{3}$, ...
č) 2, $1\frac{3}{7}$, $\frac{6}{7}$, ...

135 *

Zapiši vsa cela števila med danima številoma.



a) med $-4{,}6$ in $3{,}1$,
b) med $-2{,}5$ in $-8{,}6$,
c) negativna števila, večja od $-2{,}7$,
č) manjša kot $-3{,}2$ in večja kot $-8{,}5$.

136 *

Ob sliki številske premice izberi pravilno trditev.

a) $-6{,}7$ leži bliže -6 ali bliže -7?
b) 14,3 leži bliže 14 ali 15?
c) $-\frac{3}{7}$ leži bliže $-\frac{1}{2}$ ali bliže 0?

137 *

Vstavi v izraz ustrezni znak < ali > ali =.

a) $|-4{,}40|\ \square\ |+4{,}40|$ **b)** $\left|-\frac{3}{7}\right|\ \square\ \left|+\frac{4}{5}\right|$
c) $|-5{,}07|\ \square\ |-5{,}70|$ **č)** $\left|-\frac{2}{9}\right|\ \square\ +\frac{3}{4}$
d) $7{,}03\ \square\ |-1{,}02|$ **e)** $\left|-\frac{3}{5}\right|\ \square\ -\frac{7}{5}$

138 *

Katero celo število lahko vstavimo? Naštej vsaj tri možnosti. Pri reševanju si pomagaj s številsko premico.

a) $|\square| < 4$ **b)** $|\square| < 4{,}3$
c) $4{,}65 > |\square|$ **č)** $|\square| > -3$
d) $\square > -4$ in hkrati $\square < 4$

139

Uredi po velikosti naslednja števila.
Začni z najmanjšim.

a) 4,38, $|-3{,}84|$, $-8{,}43$, $|-8{,}34|$, $|3{,}48|$
b) $\left|-\frac{5}{6}\right|$, $\frac{3}{4}$, $-\frac{1}{2}$, $\left|-\frac{2}{3}\right|$, 0, $\frac{3}{4}$, $-\frac{2}{3}$

Novi pojmi

- Cela števila: pozitivna, negativna,
- racionalna števila: pozitivna, negativna,
- številska premica ali številska os,
- nasprotna vrednost,
- nasprotni števili,
- absolutna vrednost.

Nova pravila

- urejenost celih števil,
- urejenost racionalnih števil.

Cela števila

$\mathbb{Z}^+ = \mathbb{N} \Rightarrow \mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

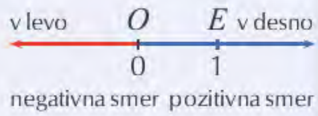
$\mathbb{Z} = \{\ldots -2, -1, 0, +1, +2 \ldots\}$

$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$

Z razširitvijo naravnih števil z 0 in negativnimi števili dobimo *množico celih števil* $\mathbb{Z}$, ki jo sestavljajo tri množice:

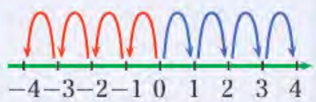
- $\mathbb{Z}^+$: množica pozitivnih celih števil, ki je enaka $\mathbb{N}$.
- $\mathbb{Z}^-$: množica negativnih celih števil,
- $\{0\}$: množica, ki vključuje samo število 0.

Številska premica ali številska os



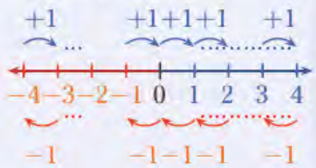
Številska premica je premica z izbrano točko, izhodiščem O, enoto in usmerjenostjo. Izhodišče je slika števila 0, enota je določena z razdaljo $|OE|$ med točkama 0 in E desno od 0, poltrak desno od O ima pozitivno smer, njemu dopolnili poltrak pa negativno smer.

Upodobitev celih števil



Na številski premici upodobimo *pozitivna cela števila* kot točke, ki si slede v razdalji ene enote **desno od ničle**, in negativna cela števila kot točke, ki si slede v razdalji ene enote **levo od ničle**.

Urejenost celih števil

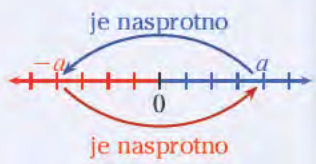


Manjše od dveh celih števil leži na številski premici **levo** od večjega, večje pa **desno** od manjšega.

- *Je* **levo od** *dane točke* pomeni *je manjše od* (<) med števili.
- *Je* **desno od** *dane točke* pomeni *je večje od* (>) med števili.

- Vsako negativno število je manjše od 0.
- Vsako pozitivno število je večje od 0.

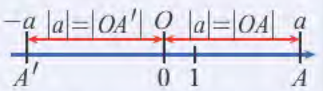
Nasprotni števili



Nasprotni števili sta števili, ki se z zrcaljenjem čez točko 0 preslikata drugo v drugo.

Absolutna vrednost števila

$|-a| = |+a| = a$

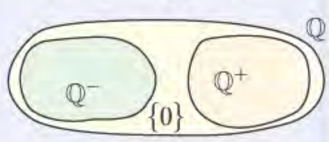


Absolutna vrednost celega števila je vedno enaka pozitivni vrednosti tega števila, ne glede na to, ali je število pozitivno ali negativno.
Na številski premici absolutno vrednost števila prikažemo kot *razdaljo* med točko A in začetno točko O.
Število nič ni niti pozitivno niti negativno.

Racionalna števila

$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b}; a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^+ \cup \mathbb{Z}^- \right\}$

$\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^-$



Množico racionalnih števil $\mathbb{Q}$ sestavljajo vsa števila, ki jih lahko zapišemo z ulomki. Te pa lahko zapišemo tudi s končnim ali periodičnim decimalnim številom. Za števec lahko izbiramo vsa cela števila, za imenovalec pa vsa cela števila brez ničle. Racionalna števila so pozitivna $\mathbb{Q}^+$ in negativna $\mathbb{Q}^-$. Ker vključujejo tudi ničlo, jih lahko zapišemo kot unijo treh množic.

Urejenost racionalnih števil

Na številski premici leži

- **manjše** od dveh racionalnih števil **levo** od večjega,
- vsako **negativno** racionalno število **levo** od 0,
- vsako **pozitivno** racionalno število **desno** od 0.

Od dveh *pozitivnih racionalnih števil* je **večje** tisto, ki ima **večjo absolutno vrednost**: $5{,}3 > 5$, ker je $|5{,}3| > |5|$.

Od dveh *negativnih racionalnih števil* je **večje** tisto, ki ima **manjšo absolutno vrednost**:
$-1{,}2 < -0{,}3$, ker je $|-1{,}2| > |-0{,}3|$.

140

Poimenuj dano množico po številu njenih elementov in po njihovi značilni lastnosti.

a) $\mathbb{N} = \{1, 2, 3 \ldots\}$ **b)** $\mathcal{A} = \{1, 3, 5, 7 \ldots\}$
c) $\mathcal{B} = \{2n;\ n \in \mathbb{N}\}$ **č)** $\mathcal{D} = \{\}$
d) $\mathcal{E} = \{0\}$ **e)** $\mathcal{F} = \{\frac{5}{9}, -8{,}89, 12\}$

141

S poljubno črko označi in zapiši množico:

a) naravnih števil, večjih od 15 in manjših od 20;
b) vseh celih števil, večjih od -5;
c) racionalnih števil, večjih od 1 in manjših od 2;
č) vseh naravnih števil z ničlo.

142

a) Poimenuj, zapiši s simbolom in navedi nekaj elementov treh številskih množic, ki jih poznaš.
b) Opiši in z dogovorjeno črko poimenuj množico, ki jo imenujemo *osnovna množica*.

143

Dana je množica $A = \{-3, -6, -8, -9, -10\}$.
Zapiši vsaj dve podmnožici dane množice, ki imata

a) dva elementa, **b)** tri elemente.

144

Zapiši množice naravnih števil z ničlo, celih števil in racionalnih števil kot unijo ustreznih podmnožic. Označi jih z dogovorjeno črko.

145 *

V katere množice sodi dano število? Odgovor z znakom $\in$ napiši v preglednico.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Q}^+$	$\mathbb{Q}^-$	$\mathbb{Q}$
$\frac{6}{1}$							
$-2{,}\overline{6}$							
$-\frac{8}{2}$							
$\frac{0}{4}$							
$\frac{7}{8}$							

146 *

Katera števila so upodobljena s točkami na številski premici? V katero množico in podmnožico števil sodijo?

147 *

Vstavi znak *je manjše* (<) ali *je večje* (>).

a) $-6{,}25 \square 6{,}25$ **b)** $-3{,}53 \square -4{,}35$
c) $6{,}53 \square 6{,}43$ **č)** $-7{,}43 \square -6{,}53$

148 *

Zapiši z decimalno številko.

a) $-\frac{5}{2}$ **b)** $-\frac{3}{4}$ **c)** $-\frac{3}{20}$ **č)** $-\frac{7}{25}$

149

Koliko racionalnih števil lahko upodobiš med številoma 10 in 11? Odgovor utemelji.

150

Dani števili seštej in deli z 2. Kako smo imenovali izračunano vrednost?

a) $\frac{1}{2}$ in $\frac{3}{4}$ **b)** $\frac{1}{3}$ in $\frac{3}{4}$ **c)** $+0{,}4$ in $+2{,}7$

151

Napiši števili z danimi absolutnimi vrednostmi.

a) 31 **b)** 56,7 **c)** 8,3 **č)** $\frac{2}{5}$

152

Razvrsti dana števila od največjega do najmanjšega.

a) $7{,}29,\ -6{,}45,\ -13{,}21,\ |-6{,}56|,\ |-7{,}32|,\ |2{,}35|$
b) $|-\frac{2}{3}|,\ 0,\ \frac{3}{4},\ -\frac{1}{2},\ |-\frac{5}{6}|,\ -\frac{2}{3},\ \frac{3}{4}$

153 *

Ob vzletu letala so na ljubljanskem letališču izmerili -8 °C, ob pristanku v Las Palmasu pa 23 °C.
Med letom je bila zunanja temperatura na višini okoli 8 000 m -36 °C, temperatura v notranjosti letala 21 °C.

a) Določi temperaturno razliko med letališčema.
b) Izračunaj razliko med notranjo in zunanjo temperaturo med poletom letala na višini 8 000 m.

154

Dvigalo v rudniku se je spustilo z začetne višine 12 m za 37 m pod zemeljsko površje do prve postaje. Nato je nadaljevalo spust do končne postaje na globini 138 m.

a) Pri kolikšni globini je prva postaja?
b) Kolikšen spust opravi dvigalo od prve do druge postaje?
c) Kolikšno pot opravi dvigalo od začetnega spusta do končne postaje in vrnitve?

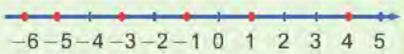
155

V Rimu so šteli leta AB URBE CONDITA (A.U.C., torej po ustanovitvi mesta) 753 pred n. š.
Preglednica kaže letnice treh punskih vojn Rima proti Kartagini po rimskem štetju.

Punska vojna	Obdobje
I.	490–513 A.U.C.
II.	536–553 A.U.C.
III.	605–608 A.U.C.

Ugotovi, kdaj so bile te vojne po našem štetju let.

1.
Katera števila so upodobljena s točkami na številski premici? V katero podmnožico in množico števil sodijo?



2.
Z znaki $<$, $>$ ali $=$ opredeli velikost danih števil.

a) $+18\square+81$ **b)** $-11\square-15$
c) $0\square-7$ **č)** $-8\square+3$
d) $0{,}6\square 0{,}9$ **e)** $0\square-3{,}9$
f) $-\frac{5}{4}\square\frac{3}{4}$ **g)** $-\frac{3}{8}\square-\frac{1}{2}$

3.
Na številski premici nariši slike števil: -18, -11, -4, 4, 20, 30.

4.
Dopolni preglednico.

Število	-3		$-2{,}5$		
Abs. vr.				$7{,}2$	
Nas. vr.		-13			$+3\frac{2}{7}$

5.
Navedi nove temperature v °C.

a) $+3\,°\text{C} \xrightarrow{-8\,°\text{C}} \square$
b) $-15\,°\text{C} \xrightarrow{+7\,°\text{C}} \square$
c) $0\,°\text{C} \xrightarrow{-12\,°\text{C}} \square$

6.
Zapiši vsaj šest členov zaporedja celih števil. Prvi člen je -9, vsak nadaljnji pa je za 3 večji od predhodnega.

7.
Zvečer je termometer kazal temperaturo 3 °C. Ponoči se je temperatura znižala za 12 °C. Kolikšna je bila temperatura naslednje jutro?

1.
Katera števila so upodobljena na številski premici? Za vsako število opredeli osnovno množico in podmnožico, ki ji pripada.

2.
Na številski premici upodobi števila $-\frac{2}{5}$, $-\frac{1}{5}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{5}$ in $\frac{13}{15}$.

3.
Na številski premici nariši točki A in B, ki sta sliki števil $+\frac{1}{4}$ in $-\frac{5}{2}$. Obema točkama nariši simetrični točki. Kako narediš to? Katera in kakšna števila upodabljata ti točki? Kako imenujemo števili, katerih sliki sta točki A in A'?

4.
a) Razvrsti števila od največjega do najmanjšega.
-19, $\frac{1}{3}$, $+4{,}3$, $-9{,}6$, $-\frac{13}{3}$, $6\frac{3}{4}$, 12, $+5\frac{7}{12}$

b) Zapiši število, ki se od svoje nasprotne vrednosti razlikuje za 12; $0{,}7$; $\frac{2}{7}$.

5.
Napiši vsaj osem členov zaporedja racionalnih števil.
Prvi člen zaporedja je 4,8, vsako naslednje pa je za 1,6 manjše. Kaj je značilno za to zaporedje?

6.
Za koliko stopinj Celzija se je spremenila temperatura:

a) od $2{,}1\,°\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-7{,}3\,°\text{C}$;
b) od $-2{,}5\,°\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $-8{,}3\,°\text{C}$;
c) od $-8{,}9\,°\text{C} \xrightarrow{\square}$ do $+8{,}1\,°\text{C}$?

7.
V katerem nadstropju se je začela vožnja dvigala, ki se je ustavljalo v nadstropjih, kot kaže diagram?

$\square \xrightarrow{+4} \square \xrightarrow{-2} \square \xrightarrow{-7} \square \xrightarrow{+6} +5$

1.
Na številski premici upodobi vsaj 4 cela števila, katerih absolutna vrednost je večja od 3.

2.
V katere množice sodi dano število? Odgovor z znakom $\in$ napiši v preglednico.

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Q}^+$	$\mathbb{Q}^-$	$\mathbb{Q}$
102							
$-\frac{4}{7}$							
-13							
0							
$7{,}\overline{6}$							

3.
Od najmanjšega do največjega uredi naslednja števila.
a) $0{,}15$; 0; $-0{,}25$; $|-0{,}35|$; $0{,}11$; $-1{,}5$
b) $-1\frac{3}{4}$; $-\frac{9}{5}$; $-1{,}74$; -2; $-1\frac{13}{20}$

4.
Dopolni diagrama.

a) $-37\,°\text{C} \xrightarrow{+41\,°\text{C}} \square \xrightarrow{\square} -12\,°\text{C}$

b) $\square \xrightarrow{-5{,}5\text{ m}} -10{,}4\text{ m} \xrightarrow{+6{,}3\text{ m}} \square$

5.
Nadaljuj zaporedje z vsaj petimi členi.
a) -16, $-12{,}7$, $-9{,}4$ …
b) $\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{4}$, -1 …

6.
Katero števko lahko vstaviš namesto kvadratka?
Ali je več možnosti?
a) $-4{,}77 < -4{,}\square 7$
b) $-0{,}8 < -\frac{\square}{10}$

7.
Pri dvigu za 200 m se temperatura zniža za 1 °C.
a) Pri začetni postaji vzpenjače na višini 700 m so izmerili 6 °C. Kolikšno temperaturo lahko pričakujemo na zgornji postaji v višini 2 500 m?
b) Na kateri višini bo temperatura enaka 0 °C?
c) Od katere višine navzgor bo hladneje kot -15 °C?

Milena Strnad

STIČIŠČE 8

Matematični učbenik za 8. razred osnovne šole

REŠITVE NALOG

ZALOŽNIŠTVO JUTRO

. . . Tudi pri reševanju poljubne naloge gre za drobec odkritja. Naloga je lahko skromna, toda, če vam izzove radovednost in vas prisili k iznajdljivosti in če jo rešujete z lastnimi močmi, lahko občutite napetost razuma, ki pelje k odkritju, in uživate radost zmage.
Taki občutki, preživeti v času duhovne odprtosti vam lahko zbudijo tek po umskem delu in vam za vse življenje pustijo odtis na razumu in značaju.

G. Polya

Obrazci so mogočni, ampak slepi.

F. Klein

Draga učenka, dragi učenec,

reševanje nalog je pomemben sestavni del učenja matematike in vaje možganov ter tudi ročnih spretnosti, zato pri delu sledi namigu velikega didaktika *Georgea Polya*, predvsem pa naloge rešuj samostojno.

Knjižica *Rešitve nalog* ti omogoča, da preveriš svoje znanje in spretnosti pri reševanju nalog. Potrditev, da si nalogo rešil/-a pravilno, bo prijetna, napačen rezultat pa naj te spodbudi, da se boš naloge lotil/-a še enkrat. Če trud ne bo prinesel uspeha, poišči najprej pomoč v učbeniku pri rešenih zgledih. Če to ne bo zadoščalo, poprosi za namig prijatelja, šele nato se obrni na učiteljico ali učitelja. V nobenem primeru pa rešitve naloge ne prepiši ali preriši, saj bi s tem škodoval/-a svojemu razumu in oblikovanju svojega značaja.

V učbeniku je veliko različnih nalog, zato so po zahtevnosti razdeljene v tri skupine. Najbolje je, da se najprej lotiš najpreprostejših (zelenih), nadaljuješ z zahtevnejšimi (modrimi) in se nazadnje spoprimeš z najtežjemi (rdečimi). Pri tem upoštevaj, da je ugotavljanje težavnosti nalog stvar osebne presoje. Morda boš med reševanjem nalog ugotovil/-a, da zate razvrstitev v učbeniku ne velja vedno. Kakšna naloga, ki je označena kot težja, se ti bo zdela lažja.

Reši le toliko nalog, kot ti bo svetovala učiteljica ali svetoval učitelj. Dodatno jih rešuj le, če te to veseli ali če imaš z reševanjem težave. Verjemi, da *vaja dela mojstra* in da se bo delo obrestovalo. Ne misli, da moraš rešiti vse naloge v učbeniku. Teh je veliko, da bi zadostili različnim potrebam učenk in učencev, včasih pa bodo po njih segli tudi učitelji, ko bodo sestavljali teste.

Toplo ti priporočam, da prebereš vso razlago v učbeniku in ne samo tistega, kar je napisano v okvirčkih na rumeni podlagi. Zelo ti bo koristilo tudi prebiranje razdelkov *Vem in znan* iz predelanih poglavij. Morda te bo za matematiko navdušil kakšen utrinek iz kratkih zapisov na uvodnih straneh v poglavju. Tam utegneš dobiti zamisel, da bi kaj več o odkritju ali o kakšnem matematiku poiskal/-a na spletu.

Pri učenju matematike ti želim veliko uspeha in zadovoljstva, predvsem pa ti polagam na srce, da zaupaj vase.

Milena Strnad

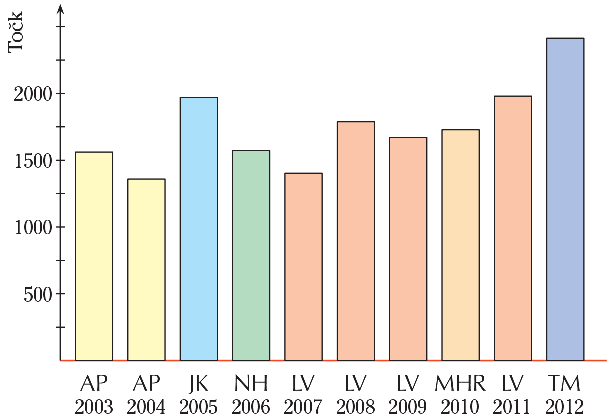
Vsebina

U. Uvodno poglavje

P. Vrste, urejanje in prikazovanje podatkov

1

a) Stolpci so urejeni po sezoni.

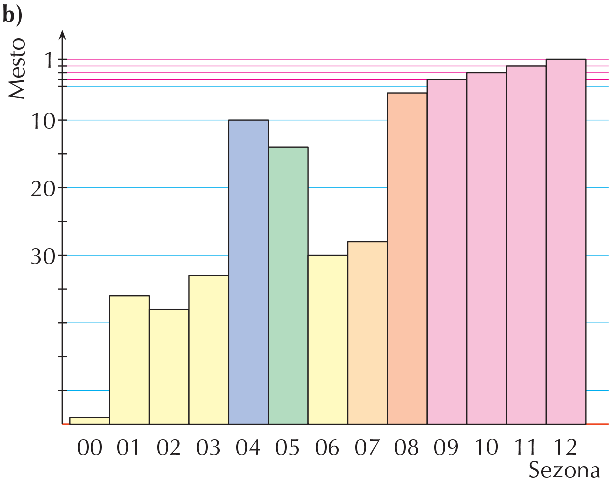


b) Individualno delo.

2

a) Individualno delo.

b)



c) Linijski diagram. Zadovoljiv je tudi stolpični diagram.

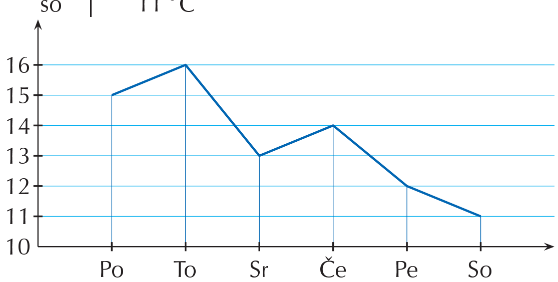
3

Zapis in risanje je individualno delo.

4

a)

Dnevi	Temperatura
po	15 °C
to	16 °C
sr	13 °C
če	14 °C
pe	12 °C
so	11 °C



b) Temperatura je bila najvišja v torek. Najnižja je bila v soboto.

5

a)

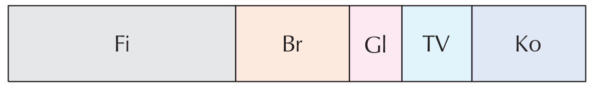
Dejavnost	Učencev
Film	39,4 %
Kolesarjenje:	19,7 %
TV	12,1 %
Glasba	9,1 %
Branje	19,7 %

c)

Film:	26 učencev
Branje:	13 učencev
Glasba:	6 učencev
TV:	8 učencev
Kolesarjenje:	13 učencev

b) Kolesari 19,7 % učencev.

č)



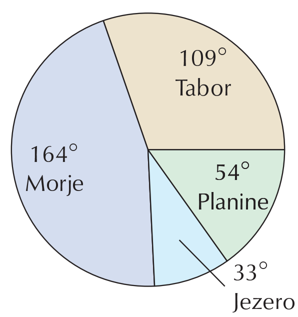
6

10 učencev – tabori
15 učencev – ob morju
3 učenci – ob jezeru
5 učencev – na gorskih poteh

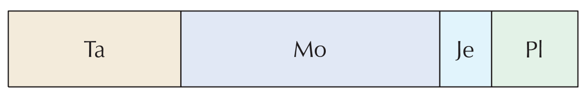
a)

Počitnice	Tabor	Morje	Jezero	Planine
Število učencev	10	15	3	5

b)

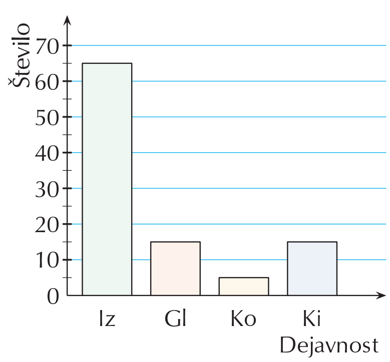


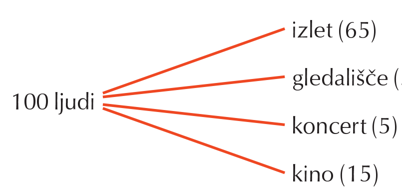
c)



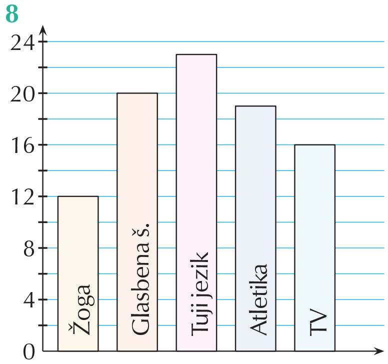
7

Dejavnost	Število
Izlet	65
Gledališče	15
Koncert	5
Kino	15





8



9

Učenci so dosegli naslednji uspeh:

Ocena	Število učencev
Odlično	7
Prav dobro	10
Dobro	9
Zadostno	3
Nezadostno	1

10

Tone je odšel na izlet ob 10. uri. Do 11. ure je prepotoval približno 6 km. Do 12. ure je prepotoval 16 km in nato 1 uro počival.
Ob 14. uri 15 minut se je vrnil domov.

11

Prednost so dali nogometu. 5 točk leži na simetrali koordinantne mreže. To kaže na enako priljubljenost obeh panog, preostale točke pa ležijo bliže abscisni osi, ki ponazarja nogomet.

1. Uporaba orodij za dinamično geometrijo

Uvodna

Individualni odgovor.
Verjetno je primerno, da znamo bistvo geometrične naloge razrešiti tudi brez uporabe računalniškega programa. Z ustreznim programom se lahko lotimo zahtevnejših nalog, ki pa jih moramo programu znati predstaviti.

1

Vsa pojasnila so v besedilu.

2

Individualno delo.

3

Individualno delo. Med daljicama je pravi kot, to je, 90°.

4

Risanje je individualno delo.
Velikost kota je približno 128,5°.

5

Individualno delo. Vse tri višine se vedno sekajo v eni točki. Presečišče višin leži zunaj trikotnika, če je trikotnik topokoten.

6

Daljice so težiščnice. Njihovo presečišče, ki je vedno samo eno, je težišče trikotnika.

7

Individualno delo.

8

Individualno delo.

9

Individualno delo.

10

Individualno delo. Izriše se trikotnik z oglišči T, U, V.

11

Individualno delo. Izriše se daljica T_1T_2 z dolžino okoli 3,6 enote.

2. Empirične preiskave

Uvodna

Empirične preiskave se nanašajo na probleme iz vsakdanjega življenja, ki jih lahko rešimo na temelju zbiranja podatkov in njihove obdelave.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8

Individualno delo.

9

Individualno delo. Podatke lahko primerjaš s tistimi na spletnem naslovu »http://meteo.arso.gov.si/met/sl/app/webmet/«, izbira Arhiv.

3. Matematične preiskave

Uvodna

Odgovor je individualno delo, na primer:
Učitelj pojasnjuje učencem pojem odprtega matematičnega problema, ki ga imenujemo tudi izziv in ga rešujemo z matematično preiskavo.

1

Individualno delo. Enakostraničnega trikotnika s celoštevilsko stranico ni med njimi.
Pravokotni so lahko:
$a = 30$ cm, $b = 1$ cm,
$a = 15$ cm, $b = 2$ cm,
$a = 10$ cm, $b = 3$ cm,
$a = 6$ cm, $b = 5$ cm, ...
Poljubni trikotniki so lahko:
$a = 30$ cm, $v_a = 1$ cm,
$a = 15$ cm, $v_a = 2$ cm,
$a = 10$ cm, $v_a = 3$ cm,
$a = 6$ cm, $v_a = 5$ cm, ...

2

Individualno delo.

3

Individualno delo.

4

Individualno delo.
Vsota števil v polju **H** je natanko 7-krat tolikšna kot osrednje število. Če bi imel številski kvadrat 5, 8, 10, 20 stolpcev, bi bila vsota 5-, 8-, 10-, 20-krat tolikšna.

4. Uporaba računala

1

a) Približno $40 \cdot 30 = 1200$, na mestu enic je 1: 1221
b) Približno $60 \cdot 75 = 15 \cdot 300 = 4500$, na mestu enic je 8: 4408

2

a) 334**4** **b)** 3128,42**5**
c) 16,5**3** **č)** 227**2**

3

a) 10 **b)** 400 **c)** 1000
č) 1520 **d)** 18790 **e)** 10

4

a) 0 **b)** 100 **c)** 1400
č) 7900 **d)** 5400 **e)** 12900

5

a) 2,3 **b)** 7,6 **c)** 15,5
č) 92,1 **d)** 554,4 **e)** 0,9

6

a) 7 **b)** 80 **c)** 500
č) 6 **d)** 600 **e)** 2000

7

a) 2,29 **b)** 2,28 **c)** 7,52
č) 150,24 **d)** 1204,26 **e)** 0,94

8

a) $p = 13{,}2\ \mathrm{cm}^2$ **b)** $p = 4{,}0\ \mathrm{m}^2$ **c)** $p = 11{,}2\ \mathrm{m}^2$

9

a) $-\frac{6}{7}$ **b)** $\frac{11}{15}$ **c)** $-\frac{1}{24}$
č) $2\frac{17}{84}$ **d)** $3\frac{34}{35}$ **e)** $9\frac{5}{6}$

10

a) $4\frac{19}{27}$ **b)** $17\frac{11}{15}$

11

a) $\frac{11}{720}$ **b)** $1\frac{13}{22}$

12

a) 97 **b)** $-7{,}8$ **c)** $\frac{1}{4}$

13

a) $+9\,347$ **b)** $-5\,000$ **c)** $+3\frac{2}{3}$

14

a) 119 025 **b)** 22,6576 **c)** $\frac{16}{49}$
č) $14\frac{11}{25}$ **d)** 49 000 000 **e)** 0,00002401

15

a) 3,375 **b)** 53,1441 **c)** 0,0077
č) 2,488 **d)** 15 625 000 **e)** $-0{,}028$
f) 948,794 **g)** 13604,9 **h)** $-0{,}366$
i) 2 136 750 625 **j)** 15 625 **k)** 12 406,6

16

a) $p = 3249\ \mathrm{m}^2$ $V = 185\,193\ \mathrm{m}^3$
b) $p = 7\frac{9}{16}\ \mathrm{m}^2$ $V = 20\frac{51}{64}\ \mathrm{m}^3$
c) $p = 203{,}63\ \mathrm{m}^2$ $V = 2905{,}84\ \mathrm{m}^3$

17

a) 11 **b)** 9 **c)** 10
č) 0,063 **d)** 12,3 **e)** 4,26

18

a) 11,09 **b)** 158,76 **c)** 2744
č) 256 **d)** 256,004 **e)** 74,99

19

a) 25 in 5 **b)** 61 in 7,81
c) 88 in 9,38 **č)** 12,96 in 3,6

20

a) 36,06 cm **b)** 5,7 cm

21

a) 1,25 **b)** 0,04 **c)** 2
č) $\frac{5}{4}$ **d)** $-\frac{4}{3}$ **e)** $\frac{7}{22}$

22

a) 0,000107 **b)** 0,0002 **c)** 0,004082
č) $-0{,}0412711$ **d)** 1,56 **e)** 0,00387

23

a) 38,96 **b)** 27,43 **c)** 4,02
č) 258,87 **d)** 405,99 **e)** 12,64

24

a) 3,82 **b)** 10,98 **c)** 0,28

25

a) 15,3 **b)** 143

26

a) $37 + (41 - 21) = 57$ **b)** $47 + (51 - 31) = 67$
c) $47 - (51 + 31) = -35$

27

a) $5 \cdot 10^2$; $5 \cdot 10^3$; $5 \cdot 10^4$; $5 \cdot 10^5$
b) $2{,}45 \cdot 10^3$; $1{,}23 \cdot 10^5$; $1{,}346 \cdot 10^7$

28

a) $6{,}4 \cdot 10$ **b)** $7{,}744 \cdot 10^3$ **c)** $7{,}88544 \cdot 10^5$

29

a) $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ **b)** $2{,}3 \cdot 10^{-5}$ **c)** $1{,}234 \cdot 10^{-4}$

30

a) $4 \cdot 10^{-2}$ **b)** $4 \cdot 10^{-6}$ **c)** $1{,}56 \cdot 10^{-5}$

31

a) $7{,}744 \cdot 10^{-4}$ **b)** $0{,}0788544 \approx 7{,}9 \cdot 10^{-2}$

1. Cela in racionalna števila

P. Množice. Naravna števila. Števila s predznaki. Spremembe

Množice

1

a) Neskončna množica črk z indeksi 1, 2, 3 …, torej s števno mnogimi elementi.
b) $\mathcal{C}$ je prazna množica, ker nima elemenov.
c) $\mathcal{D}$ je množica z enim elementom, to je s številom 0.
č) Končna množica $\mathcal{E}$ ima tri elemente, ki so prve tri črke slovenske abecede.

2

a) Število a ni element množice $\mathcal{B}$.
b) Črke x, y, z so elementi množice $\mathcal{C}$.
c) $\mathcal{A}$ je množica vseh 25 črk slovenske abecede.

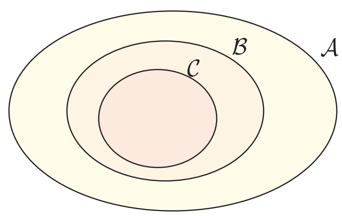
3

$\mathcal{A} = \{a,\ b,\ c\}$ $\mathcal{B} = \{r, s, t, u, v\}$

4

Diagram ponazarja množico $\mathcal{B}$ z njeno podmnožico $\mathcal{A}$, ki sta obe definirani v univerzalni množici $\mathcal{U}$.

5



6

a) Presečno množico: $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ **b)** Unijo: $\mathcal{C} \cup \mathcal{D}$

7

$\mathcal{B} \subset \mathcal{A}$ $\mathcal{D} \subset \mathcal{C}$
$\mathcal{E} \subset \mathcal{A}$ $\mathcal{E} \subset \mathcal{C}$
$\mathcal{A} \cap \mathcal{C} = \mathcal{E}$ $\mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \{\}$
$\mathcal{B} \cap \mathcal{D} = \{\}$ $\mathcal{B} \cap \mathcal{E} = \{\}$
$\mathcal{D} \cap \mathcal{A} = \{\}$ $\mathcal{D} \cap \mathcal{B} = \{\}$
$\mathcal{D} \cap \mathcal{E} = \{\}$

8

a) *Presečna množica* dveh množic vsebuje elemente, ki so hkrati v prvi in drugi množici.
b) *Unijo* dveh množic sestavljajo vsi elementi, ki so v prvi ali v drugi množici. Besedica »ali« pomeni, da je element unije lahko v eni ali v drugi množici ali v obeh.

Množica naravnih števil

9

$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$ je neskončna množica naravnih števil. Ker elemente lahko štejemo, pravimo, da jih je števno neskončno.

10

a) $8 \in \mathbb{N}$ **b)** $\frac{3}{4} \notin \mathbb{N}$ **c)** $0 \notin \mathbb{N}$ $0 \in \mathbb{N}_0$

11

a) $\mathcal{A}$ je končna množica naravnih števil, manjših ali enakih 7: $\mathcal{A} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.
b) $\mathcal{B}$ je števno neskončna množica naravnih števil, večjih ali enakih 3: $\mathcal{B} = \{3, 4, 5, 6, 7, \ldots\}$.
c) $\mathcal{C}$ je končna množica naravnih števil, večjih od 3 in manjših od 7: $\mathcal{C} = \{4, 5, 6\}$.

12

a) $\mathcal{B} = \{9, 8 \ldots 3, 2, 1\}$ ali $\mathcal{B} = \{b;\ b < 10$ in $b \in \mathbb{N}\}$
b) $\mathcal{A} = \{13, 14, 15, 16, \ldots\}$ ali $\mathcal{A} = \{a:\ a > 12$ in $a \in \mathbb{N}\}$
c) $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6 \ldots\}$
č) $\mathcal{C} = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$ ali $\mathcal{C} = \{c;\ 9 < c < 16$ in $c \in \mathbb{N}\}$

13
a) $A = \{9, 10, 11, 12, 13 \ldots\}$
b) $B = \{12, 11, 10, 9, 8 \ldots 3, 2, 1\}$
c) $C = \{5, 6, 7, 8\}$
č) $D = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

14
a) $\mathcal{S}$ je množica sodih števil s števno mnogimi elementi:
$S = \{x;\ x$ je sodo število $\}$ ali $S = \{x;\ x = 2n$ in $n \in \mathbb{N}\}$.
b) $\mathcal{L}$ je množica lihih števil s števno mnogimi elementi:
$\mathcal{L} = \{x;\ x$ je liho število $\}$ ali $\mathcal{L} = \{x;\ x = 2n - 1$ in $n \in \mathbb{N}\}$.

15
a) $\mathcal{A} = \mathcal{B}$
b) $\mathcal{C} = \mathcal{F}$, kljub temu, da je zapis množice $\mathcal{F}$ nepravilen.
c) $\mathcal{D} \neq \mathcal{E}$

16
Individualno delo. Na primer:
a) $\{3, 6\}$, $\{3, 10\}$, $\{8, 10\}$
b) $\{3, 6, 9\}$, $\{8, 9, 10\}$, $\{3, 6, 8\}$ itd.

17
Sodo število 366 je večje od lihega števila 199 ($366 > 199$), zato ga na številski premici upodobimo desno od števila 199.

18
Ne. Množica $\mathcal{A} = \{2\}$ ima en sam element 2, vendar pa element 2 ni enak množici $\mathcal{A}$.

19
a) P
b) N; Je ravno obratno $\{1, 5\} \subset \{1, 3, 5\}$.
c) N; $\{1, 4\} \subset \{1, 4, 7, 10\}$
č) P; Enakost med množicama velja, vendar je prvi zapis množice neumesten. Elemente množic navajamo samo po enkrat.

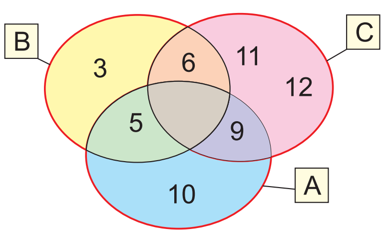
20
$\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{5, 8\}$
$\mathcal{A} \cup \mathcal{B} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

21
a) Množico naravnih števil: $\mathbb{N}$.
b) Množico naravnih števil z ničlo: $\mathbb{N}_0$.
c) Presečna množica je $\{1, 2, 4\}$. To je množica deliteljev števila 4.

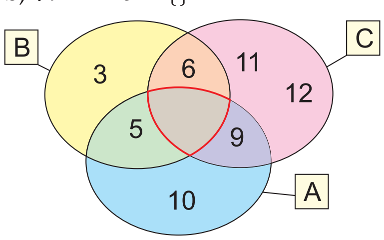
22
$A = \{5, 9, 10\}$; $B = \{3, 5, 6\}$; $C = \{9, 6, 11, 12\}$

23
$A \cup B \cup C = \{3, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$
$A \cap B \cap C = \{\}$
$A \backslash B \cup C = \{10\}$
$B \backslash A \cup C = \{3\}$
$C \backslash A \cup B = \{11, 12\}$
Druge operacije so individualno delo.

24
a) $\mathcal{A} \cup (\mathcal{B} \cup \mathcal{C}) = \{3, 5, 6, 9, 10, 11, 12\}$



b) $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} \cap \mathcal{C} = \{\}$



Števila s predznaki

25
Znaka + (*plus*) in − (*minus*) označujeta lahko:
- **računski operaciji** seštevanja in odštevanja;
- **predznaka** pred številom. Znak minus število spremeni v negativno število, znak plus pa samo poudari pozitivnost danega števila;
- **spremembe** stanj količin.

26
Pojasnilo je individualno delo. Karikaturi kažeta ustaljeno rabo pomena znaka minus iz vsakdanje prakse. V obeh primerih pri ocenjevanju −4 ali −5 ne pomenita negativnih števil, pač pa oznako *manjše spremembe* ocene navzdol.

27
Pozitivna števila
2 340 (km; razdalja),
+1 045(€; vrednost zneska),
27 (°C; temperatura nad ničlo ali pa dvig temperature).
Negativna števila
−48 (m; depresija ali pa spust),
−58,7 (€; dolg),
$-8\frac{3}{4}$ (m; globina),
−6(°C; pod ničlo ali padec temperature),
−13,50 (€; dolg, primanjkljaj).

28
Voda
a) zavre pri 100 °C, pri vrelišču,
b) zmrzne pri 0 °C, pri ledišču,
c) je prijetna za kopanje, če ima vsaj 24 °C.

29
a) −14 °C, +24 °C
b) 865 m, −17 m
c) −105 €, +912,50 €

30
Pri izbiranju temperatur za topel in hladen dan nimamo težav. Pri opisu vročega ali zelo mrzlega dne smo odvisni tudi od osebnih občutkov, ki se med seboj razlikujejo. Nekaterim se zdi zelo mrzel dan, če je temperatura 0 °C.
a) Mrzel dan: 0 °C, −4 °C.
b) Zelo vroč dan: 32 °C, 39 °C.
c) Topel dan: 19 °C, 23 °C.
č) Zelo hladen dan −19 °C.

31
a) 0 °C; nič stopinj Celzija,
b) −7 °C; minus sedem stopinj Celzija,
c) +7 °C; plus sedem stopinj Celzija.
Opazimo, da se je obarvana tekočina v termometru pri temperaturi −7 °C in +7 °C spustila oziroma dvignila za enako višino glede na izhodišče na termometru, ki označuje temperaturo 0 °C.

32
a) −28 m pomeni nadmorsko višino Kaspijskega jezera. Ker je številka negativna, gladina jezera leži 28 m niže od morske gladine.

33
V Postojnski jami smo na globini −143 m glede na vhod, ki je na višini 570 m nad morjem.

34
a)

Mesec	Prejemek	Izdatek	Stanje v €
Januar	0	−300	230
Februar	120	0	−70
Marec	0	−100	50
April	75	0	−50
Maj	0	0	25

b) Najboljše je bilo stanje v januarju, najslabše v februarju.

35

Spremembe navzgor in navzdol

Prvotno stanje označimo za vse primere z x. Potem sledi:

a) $x\,°\mathrm{C} - 9\,°\mathrm{C}$ **b)** $x\,€ + 210\,€$

c) $x\ \mathrm{m} - \frac{1}{4}\ \mathrm{m}$ **č)** $x\,°\mathrm{C} + 7{,}5\,°\mathrm{C}$

d) $x\ € - 22{,}50\ €$ **e)** $x\,\mathrm{m} + 1{,}7\,\mathrm{m}$

36

a) $-3\ \mathrm{m} \xrightarrow{+2\ \mathrm{m}} -1\ \mathrm{m}$

b) $-2\ \mathrm{m} \xrightarrow{+2\ \mathrm{m}} 0\ \mathrm{m}$

c) $-4\ \mathrm{m} \xrightarrow{-2\ \mathrm{m}} -6\ \mathrm{m}$

č) $-6\ \mathrm{m} \xrightarrow{-3\ \mathrm{m}} -9\ \mathrm{m}$

37

a) $0\,°\mathrm{C}$ $-6\,°\mathrm{C}$ $-5\,°\mathrm{C}$

b) $2\,°\mathrm{C}$ $-7\,°\mathrm{C}$ $+4\,°\mathrm{C}$

38

a) $+3$ cm $+2$ cm -9 cm

b) $+14$ cm $+7$ cm -16 cm

39

a) $+8\,°\mathrm{C}$ **b)** $-13\,°\mathrm{C}$ **c)** $-43\,°\mathrm{C}$

č) $-10\,°\mathrm{C}$ **d)** $+10\,°\mathrm{C}$ **e)** $-26\,°\mathrm{C}$

40

Potapljač je na globini -7 m. Je 7 m pod morsko gladino.

41

Izdatki: $-10{,}70$ €, prejemki: 5 €.

Ker je $15\,€ - 10{,}70\,€ + 5\,€ = 9{,}30\,€$, je Špeli ostalo v denarnici 9,30 €.

42

Ne. Zmanjka mu 60 evrov.

43

Olimpija: $+1\,700$
Mura: $+800$
Rudar: $-2\,300$
Primorje: $-1\,600$

44

a) Ko se ozračje segreje za $4\,°\mathrm{C}$, je temperatura $-7\,°\mathrm{C}$.

b) Po znižanju za $9\,°\mathrm{C}$ je temperatura $-5\,°\mathrm{C}$.

45

a) -6; $+7$; $+4$; -8 **b)** V 1. nadstropju.

46

Zamrzovalnik bi se moral segreti za $16\,°\mathrm{C}$.

1. Cela števila

Uvodna

- *Nad ničlo* pomeni, da termometer kaže temperature nad ledi- ščem $0\,°\mathrm{C}$.
- *Pod ničlo* pomeni, da termometer kaže temperature pod ledi- ščem $0\,°\mathrm{C}$.

47

$-16, -12, -7 \in \mathbb{Z}^-$, $3, 9, 15 \in \mathbb{N}$ ali $3, 9, 15 \in \mathbb{Z}^+$, $0 \in \{0\}$

48

a) P in $13 \in \mathbb{Z}$ **b)** $-12 \in \mathbb{Z}^-$ in P

c) $0 \in \mathbb{Z}$ in P **č)** P

49

$\{7, 13, 22\} \subset \mathbb{Z}^+$, $\{-7, -13, -22\} \subset \mathbb{Z}^-$, $0 \in \{0\}$ in $\{0\} \subset \mathbb{Z}$.

Število 0 tvori množico z enim elementom. Ta množica je podmnožica celih števil.

50

Izbira števil je individualno delo. Na primer:

x_1: $+112$, $+128$, $+137\ldots$
x_2: $+72$, $+52$, $+84\ldots$
x_3: -12, -72, $-95\ldots$

51

Zapis s simboli: $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$

Vsako naravno število je hkrati pozitivno celo število in s tem celo število.

52

a) $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^+ \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^-$

b) *Številski poltrak* z izbrano enoto se razteza od izhodišča 0 samo v desno, v pozitivno smer.
Številska premica z izbrano enoto pa se razteza prek izhodišča 0 v desno v pozitivno, v levo pa v negativno smer.

c) Na številskem poltraku znamo upodobiti *naravna števila*, ki jih lahko imenujemo tudi *pozitivna cela števila* in *pozitivna racionalna števila*. Če ima poltrak izhodišče v številu 0, znamo narisati tudi število 0.
Na številski premici znamo upodobiti poleg števila 0, naravnih in pozitivnih racionalnih števil tudi negativna cela števila.

53

a)

-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5

b)

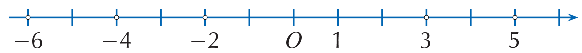
-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8

54

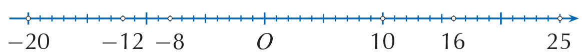
N; Na številski premici vedno narišemo večje število desno od manjšega.

55

a)



b)



56

Opazimo:

Slika števila 2 je glede na sliko števila 0 simetrična s sliko števila -2. Zato se slika števila -2 prezrcali čez točko 0 nazaj v sliko števila 2. Sliki števil 2 in -2 sta torej simetrični glede na izhodišče 0 številske premice. Par števil z lastnostjo, da temu številu enkrat dodamo predznak $+$ in drugič predznak $-$, imenujemo *nasprotni števili*. Pari takih števil so npr. 6 in -6 pa 90 in -90 itd.

57

a) $-6, -2, -1, 0, +4, +5, +6$

b) $-45, -16, -11, -1, +9, +25, +33$

c) $-430, -210, -80, +30, +320, +480$

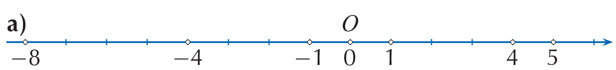
č) $-2800, -1600, -400, +2800, +6200$

58

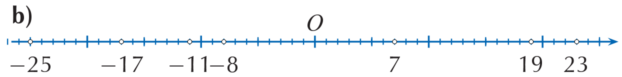
Prvo predhodno število	Število $\in \mathbb{Z}$	Prvo naslednje število
-3	-2	-1
6	7	8
-2	-1	0
-1	0	1
199	200	201
$-1\,000$	-999	-998

59

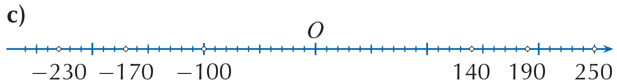
a)



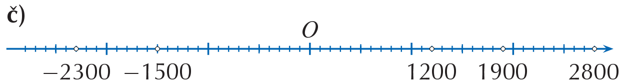
b)



c)



č)



60

a) -8 leži levo od -2

b) 14 leži desno od -21

c) 254 leži desno od -254

č) $-2\,560$ leži levo od -256

61
a) $2 < 6$ **b)** $7 < 13$
c) $-4 > -8$ **č)** $-9 < -6$ **d)** $-10 < -9$

62
a) $-7 > -9$
-7 leži desno od -9
b) $-111 < 101$
-111 leži levo od 101
c) $95 > -95$
95 leži desno od -95
č) $-454 < -445$
-454 leži levo od -445

63
a) N; $5 > 2$, P
b) N; $-3 < 1$, N; $-22 < -11$
c) P; N; $-1\,356 < 136$

64
a) $-2, -1, 0, 1, 2$
b) $-15, -14, -13, -12$
c) $1, 2, 3, 4, 5$
č) $-1, -2, -3$

65
a) $-8\,°C$, $-6\,°C$, $-4\,°C$, $0\,°C$, $+4\,°C$, $+12\,°C$
b) -5 m, -3 m, -2 m, 1 m, 5 m, 7 m

66
Pomagaj si z zemljevidom, da lahko navedeš imena krajev. Sicer izpolni samo prvi stolpec.

Temp. v °C	Kraji
−1	Beljak, Kranjska Gora, Kranj, Slovenj Gradec
0	Ljubljana, Kočevje, Murska Sobota, Bovec
1	Gradec, Maribor, Celje, Postojna
2	Zagreb, Krško, Novo mesto, Črnomelj
3	Nova Gorica, Videm
5	Koper, Reka

67
a) $-18, -11, -10, -9, -1, 0, +2, +12$
b) $-13, -9, -2, 0, +2, +9, +10, +13$
c) $-41, -31, -17, -5, 0, 18, 30, 45$

68
Nadaljnji členi so:
a) $-22, -25, -28, -31, -34, -37, -40\ldots$
b) $-3, -5, -7, -9, -11, -13\ldots$
c) $-49, -43, -37, -31, -25, -19\ldots$

69
a) $\ldots 13, 11, 9, 7, 5, 3, 1, -1, -3, -5, -7, -9\ldots$
b) $\ldots 30, 25, 20, 15, 10, 5, 0\ -5, -10, -15, -20, -25, -30\ldots$
c) $\ldots -14, -12, -10, -8, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, 8, 10\ldots$
č) $\ldots 10, 7, 4, 1, -2, -5, -8, -11, -14, -17, -20\ldots$

70
2530 pr. n. š.
776 pr. n. š.
753 pr. n. š.
64 n. š.
622 n. š.

71
Manjka: … leta 63 »pred našim štetjem«, … leta 14 »našega štetja«.
Manjka tudi opomba, da pri koledarju preračunavamo števila nekoliko drugače, kar je posledica strahu pred ničlo in negativnimi števili. Sprejet je bil namreč dogovor, da letu 1 pred našim štetjem sledi leto 1 našega štetja. Torej manjka ničla. Če bi šteli leta matematično korektno, bi veljalo: če je bil cesar leta »−1« star 62 let, je bil leta 1 star 63 let, leta 14 pa 76.

72
a) Voda, živo srebro, bencin, antifriz, svetilni plin, zrak, kisik, ozon.
b) Živo srebro, antifriz, bencin, voda, svetilni plin, ozon, kisik, zrak.

73
a) $-13, -20, -27, -34, -41\ldots$
b) $-8, 0, +8, +16, +24\ldots$
c) $-8, -20, -32, -44, -56\ldots$
č) $0, -3, -2, -5, -4, -7\ldots$
d) $-10, +12, -14, +16, -18\ldots$
e) $-8, -13, -21, -34, -55, \ldots$

2. Nasprotna in absolutna vrednost

Uvodna
Maja ima prav. Deček, ki je bil pri risanju površen in ga ni niti končal, je naredil napako. Rezultat narisanih zrcaljenj je $+4$.

74
a) 11 **b)** 101 **c)** 17 **č)** 14

75
a) $+13$ **b)** -25 **c)** $+1\,501$

76

Število	Abs. vred.	Naspr. vred.
−7	7	+7
−8	8	+8
+31	31	−31
−12	12	+12
0	0	0
−143	143	+143
+111	111	−111
−242	242	+242

77

Število	Abs. vred.	Naspr. vred.
−9	9	+9
+35	35	−35
−16	16	+16
+79	79	−79
+801; −801	801	−801; +801
−101	101	+101
−43	43	+43
+12; −12	12	−12; +12

78
a) $-12, -8, -6, -3, 0, +7, +10, +15$
b) $0, 3, 6, 7, 8, 10, 12, 15$

79
Ugotovitev: če sta obe števili pozitivni, se znak neenakosti ohrani. Če sta obe negativni, se znak neenakosti obrne. Za različno predznačeni števili ni pravila.
a) $-18 < -2$, $|-18| > |-2|$ **b)** $-11 < +8$, $|-11| > |+8|$
c) $12 > -30$, $|+12| < |-30|$ $+63 > +36$, $|+63| > |+36|$

80
1) Nasprotni števili sta števili z enako absolutno vrednostjo in različnima predznakoma.
2)
a) -8 **b)** $+2$ **c)** $+11$

81
a) 0 **b)** 0
Ugotovimo, da je vsota dveh nasprotnih števil enaka 0.

82

a) $+6,\ -6$ b) $+13,\ -13$
c) $+7,\ -7$ č) $+123,\ -123$

83

a) London (1 ura), New York (6 ur), Denver (8 ur), Ciudad Mexico (7 ur), Rio de Janeiro (5 ur)
b) Talin (1 ura), Tbilisi (2 uri), Hanoi (7 ur), Peking (7 ur), Tokio (9 ur)
c) Vsa mesta z zemljevida, razen Tokia.

84

Risanje je individualno delo.

a) Ker je $-(-(-7)) = -7$, je njegovo nasprotno število 7.
b) Ker je $-(-(-(-(-3)))) = -3$, je njegovo nasprotno število 3.
c) Ker je $-(-(-(-(-(-(-(-(-5)))))))) = 5$, je njegovo nasprotno število -5.

85

a) $|-320| > |-2|$ b) $|-57| > +35$
c) $-402 < |-420|$ č) $|+124| > -135$
d) $203 < |-302|$ e) $|-42| = 42$

86

Besedica »vsaj« pomeni najmanj 3 ali več. Na primer:

a) $3,\ 2,\ 1,\ 0,\ -1,\ -2\ldots$
b) $5,\ 6,\ 7,\ 8\ \ldots -5,\ -6,\ -7\ldots$
c) $0,\ 1,\ -1,\ -2\ldots$
č) $-1, -2, -3\ldots, 0, 1, 2, 3, 4$

87

a) $3,\ -3$ b) $-2,\ 2$ c) $9,\ -9$

88

a) 10 b) 10 c) 0
č) 0 d) 10 e) 0

89

a) $-5,\ -4,\ -2,\ |-2|,\ |-4|,\ |-5|$
b) $-843,\ |348|,\ |-384|,\ 438,\ |-834|$
c) $-23,\ -12,\ 0,\ |-23|,\ 34,\ |-56|$

90

Vsa cela števila, razen števil $+4$ in -4.

91

Na primer:

a) $-8;\ -9;\ -10;\ -11;\ -12$
b) $-6;\ -5;\ -4;\ +6\ +5$

92

Trditev velja za vsa cela števila razen za ničlo. Pari takih števil so vsa cela nasprotna si števila, npr.
$|-1| = |1| = 1;\ |-4| = |+4| = 4$ itd.
Posebnost je število 0, ki je edino število, za katero velja, da je $a + 0 = a$ in $a - 0 = a$, torej $-0 = +0$, zato ga ne opredelimo niti za pozitivno niti za negativno število.

P. Racionalna števila

93

Zapis je individualno delo, npr.:

a) $\frac{1}{5},\ \frac{2}{9},\ \frac{4}{5}$ b) $\frac{2}{2},\ \frac{4}{4},\ \frac{15}{15}$
c) $\frac{5}{4} = 1\frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4},\ \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = 2 + \frac{1}{3},\ \frac{13}{2} = 6\frac{1}{3} = 6 + \frac{1}{3}$

94

a) Ulomek *ena četrtina* izraža en del celote, razdeljene na štiri enake dele. Je *ulomek, manjši od ena*. Okrajšani ulomek $\frac{1}{4}$ lahko zapišemo z množico enakovrednih ulomkov, npr. $\frac{2}{8}$, $\frac{4}{16}$ itd.
b) Ulomek *šest sedmin* izraža šest delov celote, razdeljene na sedem enakih delov. Je *ulomek, manjši od ena*. Okrajšani ulomek $\frac{6}{7}$ lahko zapišemo z množico enakovrednih ulomkov, npr. $\frac{12}{14}$, $\frac{18}{21}$ itd.
c) Ulomek *sedem šestin* izraža celoto in še eno šestino na šest enakih delov razdeljene celote. Je *ulomek, večji od ena*, ki ga lahko zapišemo v razčlenjeni obliki $1 + \frac{1}{6}$ ali $1\frac{1}{6}$. Ulomku $\frac{7}{6}$ lahko priredimo enakovredne ulomke, npr. $\frac{14}{12}$ itd.
č) Ulomek *sedem sedmin* izraža celoto. Je ulomek, ki je enak 1, torej gre za drugače zapisano naravno število 1.

95

Dana števila so števila iz množice $\mathbb{N}_0$. $15, 1, 1\,000 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{N}_0$. $0 \in \mathbb{N}_0$. Vsa našteta števila lahko napišemo tudi z ulomkom z imenovalcem 1, zato sodijo tudi v množico racionalnih števil.

96

a) Obarvana je $\frac{1}{3} = 0{,}3333$ lika; neobarvana je $\frac{2}{3} = 0{,}6666$ lika.
b) Obarvana je $\frac{1}{5} = 0{,}2$ lika; neobarvana je $\frac{4}{5} = 0{,}8$ lika.
c) Obarvana je $\frac{1}{12}$ lika; neobarvana je $\frac{11}{12} = 0{,}91\overline{6}$ lika.

97

Lik je pravokotnik s ploščino 24 cm^2. Po vrsti je obarvana $\frac{1}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{8}{12}$ njegove ploščine.

Različni zapisi

$\frac{1}{3} = 0{,}\overline{3};\quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 0{,}\overline{3};\quad \frac{1}{3} = \frac{3}{9} = 0{,}\overline{3}$

$\frac{5}{8} = 0{,}625;\quad \frac{5}{8} = \frac{10}{16} = 0{,}625;\quad \frac{5}{8} = \frac{15}{24} = 0{,}625$

$\frac{8}{12} = 0{,}\overline{6};\quad \frac{8}{12} = \frac{16}{24} = 0{,}\overline{6};\quad \frac{8}{12} = \frac{2}{3} = 0{,}\overline{6}$

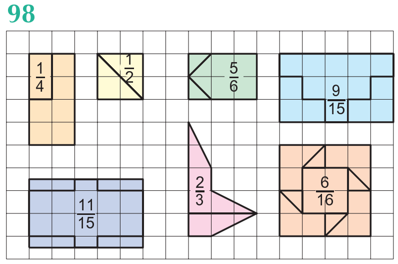
Opazimo.

V prvih dveh primerih smo okrajšana ulomka razširili na enakovredne ulomke. Ti imajo vsi enak decimalni zapis. V tretjem primeru smo razširjeni ulomek ponovno razširili, enkrat pa okrajšali in v vseh primerih dobili enak decimalni zapis, ki je enak decimalnemu zapisu okrajšanega ulomka.

Ugotovimo.

Ulomek lahko zapišemo z različnimi ekvivalentnimi ulomki, ki imajo enak decimalni zapis, kot ga ima okrajšani ulomek. Od tod sledi, da sta okrajšani ulomek in njegov decimalni zapis različna zapisa istega racionalnega števila.

98



$\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{4}{4} = 1$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$

$\frac{5}{6} + \frac{1}{6} = \frac{6}{6} = 1$

$\frac{11}{15} + \frac{4}{15} = \frac{15}{15} = 1$

$\frac{2}{3} + \frac{1}{3} = \frac{3}{3} = 1$

$\frac{6}{16} + \frac{10}{16} = \frac{16}{16} = 1$

99

$0{,}853333\ldots \approx 0{,}853 \approx 0{,}85,\ \ 2{,}434782609 \approx 2{,}435 \approx 2{,}44$
$1{,}4166666 \approx 1{,}417 \approx 1{,}42$

100

$732{,}505 = 700 + 30 + 2 + \frac{5}{10} + \frac{0}{100} + \frac{5}{1000} =$
$= 732\frac{505}{1000}$

$13{,}78 = 10 + 3 + \frac{7}{10} + \frac{8}{100} = 13\frac{78}{100}$

$0{,}02035 = 0 + \frac{0}{10} + \frac{2}{100} + \frac{0}{1\,000} + \frac{3}{10\,000} + \frac{5}{100\,000} =$
$= \frac{2\,035}{100\,000}$

101

Do rezultata pridemo hitreje, če je ulomek desetiški, kot je v primeru naloge a). Sicer preoblikujemo zapis z deljenjem števca z imenovalcem.

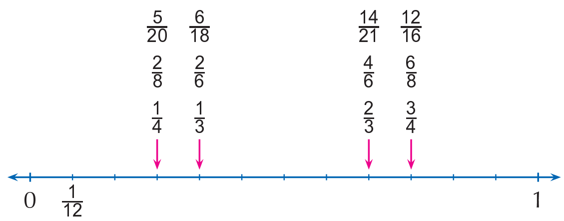
a) 0,3; 1,23; 3,45; 0,01; 2,3; 0,038
b) $\frac{7}{9} = 7:9 = 0{,}\overline{7}$; $\frac{15}{7} = 15:7 \approx 2{,}14$; $3\frac{1}{5} = 3{,}2$
$2\frac{14}{25} = 2{,}56$; $15\frac{17}{42} = 15{,}4047619 \approx 15{,}405$

102
$\frac{3}{10}$; $\frac{8}{10} = \frac{4}{5}$; $\frac{180}{1\,000} = \frac{9}{50}$ $1\frac{5}{100} = 1\frac{1}{20}$; $1\frac{903}{1\,000}$; $\frac{35}{100} = \frac{7}{20}$

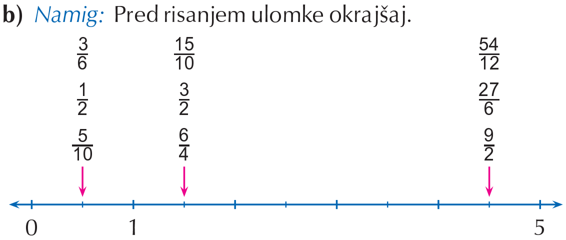
103
Vsa števila so racionalna. Naravno in hkrati racionalno je le število 2, ki je zapisano na več načinov: $\frac{4}{2}$, 2,0, $\frac{6}{3}$, $\frac{2}{1}$. $\frac{10}{5}$.
Vsa racionalna števila, torej ulomke, lahko zapišemo z decimalno številko, npr.: $\frac{1}{2} = 0{,}5$, $0{,}5 = \frac{1}{2}$, $\frac{7}{3} = 2{,}\overline{3}$, $0{,}875 = \frac{7}{8}$, $\frac{12}{13} \approx 0{,}923$ in tudi $2 = 2{,}0$.

104
$\frac{5}{20} = \frac{1}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{13}{20}$; $\frac{9}{10}$

105
a) Izbira ekvivalentnih ulomkov je poljubna.



b) *Namig:* Pred risanjem ulomke okrajšaj.



106
a) 18 cm **b)** 105 kg
c) 207 cm^2 **č)** 391 g

107
$\frac{1}{5} = 0{,}2$; $0{,}25 = \frac{1}{4}$; 0,4; $\frac{3}{7} \approx 0{,}43$; $\frac{4}{9} \approx 0{,}44$;
$\frac{3}{5} = 0{,}6$; $\frac{2}{3} \approx 0{,}67$; $\frac{3}{4} = 0{,}75$; 0,76; $\frac{4}{5} = 0{,}8$

108
a) 0,9 m **b)** 1,56 dm **c)** 351,6 dag
č) 2,35 hl **d)** 6,53 cm **e)** 0,891 g
f) 882,5 cl **g)** 0,08 m **h)** 1,625 cm^3

109
a) 8,0 mm **b)** 690 dm **c)** 37 ℓ
č) 0,5 cm **d)** 4,3 dm **e)** 206,7 ℓ

110
a) 5 dm 6 cm 40′ **b)** 12 ℓ 52 dm^2 48′ **c)** 10 ur 20 min 75′

3. Še o množici racionalnih števil

Uvodna
Da, Anita je pravilno razumela recept. To lahko sklepamo s slike, ki kaže, da je pravilno pripravila polovico limone, polovico pomaranče, polovico banane in polovico kivija. Je pa očitno z zapletenim receptom hotela preizkusiti Borisovo znanje matematike.
Borisa so zmotili ekvivalentni ulomki, le počasi jih je preračunaval in s tem preverjal svojo domeno, da recept predvideva za vse sestavine enako mersko število.

Vprašanje
Med 0 in 1 kot tudi med −1 in −2 lahko zapišemo neskončno mnogo racionalnih števil zato, ker vsa racionalna števila lahko zapišemo z ulomki. Za ulomke vemo, da so gosti. Med dva ulomka lahko vedno zapišemo novega. Postopek lahko nadaljujemo v nedogled.

111
Med seboj so enaki le *enakovredni* ulomki.
a) $\frac{2}{4} = \frac{15}{30} = \frac{22}{44} = \frac{215}{430}$
b) $\frac{3}{7} = \frac{30}{70} = \frac{15}{35}$; $\frac{7}{3} = \frac{35}{15}$

112
a) $\frac{4}{5} = 0{,}8$ **b)** $\frac{9}{11} = 0{,}\overline{18}$

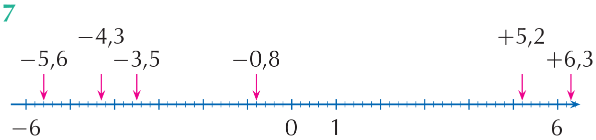
113
a) −3,3; −2,4; −0,3; +0,6; +3,7
b) $\frac{-17}{20}$, $-\frac{5}{20}$, $-\frac{2}{20}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{17}{20}$
c) −7,6; −7,5; −7,4

114
a) P
b) N; ker je $\frac{3+1}{3+3} = \frac{4}{6} \neq \frac{1}{3}$

115
a) +3,6; +0,7; +1,4 so pozitivna racionalna števila,
−3,2; −6,3; −0,8 so negativna racionalna števila.
b) +7,5; $+\frac{4}{7}$ sta pozitivni racionalni števili, −0,25; −9,3333...; −3; −2 so negativna racionalna števila,
−3,0 in −2 sta hkrati tudi celi števili.
c) $+5\frac{2}{7}$, $0{,}\overline{142857}$ sta pozitivni racionalni števili,
$-1{,}\overline{3}$, $-8\frac{3}{4}$, $-14\frac{1}{9}$ so negativna racionalna števila.

116
Pravilne so izjave a), d) in e).
b) $17{,}5 \notin \mathbb{Z} \Rightarrow 17{,}5 \in \mathbb{Q}^+$
c) $+\frac{7}{5} \notin \mathbb{Q}^- \Rightarrow +\frac{7}{5} = 1\frac{2}{5} \in \mathbb{Q}^+$
č) $-1\frac{3}{7} \in \mathbb{Q}^-$

117
a)

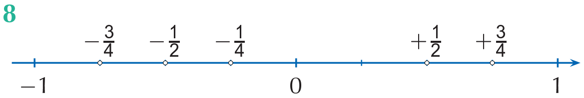


b)

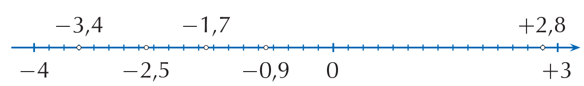
Ura	Temperatura (°C)
4^{00}	−5,6
24^{00}	−4,3
8^{00}	−3,5
20^{00}	−0,8
16^{00}	+5,2
12^{00}	+6,3

c) Temperatura je bila najnižja ob 4.00 uri, najvišja pa ob 12.00 uri.

118
a)



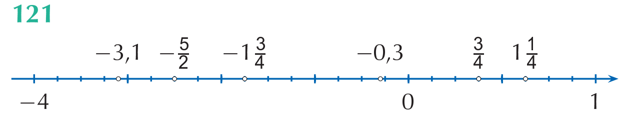
b)



119
a) Nepravilno. Nič je racionalno število.
b) Pravilno.
c) Pravilno.
č) Nepravilno. Vsakemu ... ustreza *samo en okrajšani ulomek*.
d) Nepravilno. Absolutne vrednosti so samo pozitivne.

120
−2,80 → −2,75
−2,66 → −2,65
−2,43 → −2,34 (desno)

121



122

a) $-15 \in \mathbb{Z}$, $-15 \in \mathbb{Q}^-$ in tudi $-15 \in \mathbb{Q}$
b) $7 \in \mathbb{Z}$, $7 \in \mathbb{Z}^+$, $7 \in \mathbb{Q}^+$ $7 \in \mathbb{Q}$
c) $\frac{3}{4} \in \mathbb{Q}$
č) $-0{,}8 \in \mathbb{Q}$

123

a) Da.
b) Ne; $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$
c) Da.
č) Da.
d) Ne; $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$
e) Ne; $\mathbb{Q} = \mathbb{Q} \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^-$

124

a) Nepravilno. Ta zapis ne izključuje prepovedanega deljenja z nič.
b) Pravilno, ker je poudarjeno, da imenovalec ulomka ne sme biti 0.
c) Pravilno. Ker dovolimo, da izbiramo za imenovalce samo naravna števila, je deljenje z nič izključeno samo po sebi. Število 0 ni naravno število.
č) Pravilno.

125

a) *Namig.* Ulomka $\frac{2}{3}$ in $\frac{1}{5}$ razširimo na skupni imenovalec in poiščemo ulomke, ki so med njima, ter jih okrajšamo. Lahko tudi izračunamo ulomek kot aritmetično sredino dveh zaporednih ulomkov. Npr.: $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{15}$, $\frac{1}{3}\ldots$ Ali $\frac{13}{30}$, $\frac{19}{60}$, $\frac{8}{15}$
b) $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$, $\frac{11}{24}$

126

a) $-21 \in \mathbb{Z}^- \subset \mathbb{Q}^- \subset \mathbb{Q}$
b) $7 \in \mathbb{Z}^+ \subset \mathbb{Z}$ in $7 \in \mathbb{Q}^+ \subset \mathbb{Q}$
c) $\frac{5}{7} \in \mathbb{Q}^+ \subset \mathbb{Q}$

4. Urejenost racionalnih števil

Uvodna

Petrina naloga je težja. Petra ulomke lahko uredi šele, ko jih razširi na skupne imenovalce.

127

a) $-15{,}5 < -12{,}4$ **b)** $-8 < 2$ **c)** $-3{,}4 > -13{,}7$

128

a) $-3{,}7$ leži levo od 0
b) $-3{,}4$ leži desno od $-14{,}8$
c) $-19{,}5$ leži levo od 3,9
č) 0 leži levo od 3,6

129

Število	Abs. vred.	Naspr. vred.
$-7{,}5$	7,5	$+7{,}5$
$+\frac{2}{7}$	$\frac{2}{7}$	$-\frac{2}{7}$
-12	12	$+12$
$+\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
$+60{,}3$, $-60{,}3$	60,3	$-60{,}3$, $+60{,}3$
$-11{,}7$	11,7	$+11{,}7$
$-0{,}59$	0,59	$+0{,}59$
$+\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$; $+\frac{1}{3}$

130

Risanje je individualno delo. Glej zgled pri razlagi.
a) $2{,}6 < 4{,}2$ **b)** $-4{,}2 > -6{,}5$
c) $-1{,}5 < 3{,}9$ **č)** $-\frac{6}{7} > -\frac{6}{6}$

131

a) $4{,}62 > 3{,}72$ **b)** $-5{,}65 > -6{,}81$
c) $-4{,}122 < 4{,}126$ **č)** $-3{,}173 < -2{,}177$
d) $-\frac{3}{8} > -\frac{2}{5}$ **e)** $-\frac{5}{7} < \frac{3}{4}$

132

a) $-7{,}05$; $-5{,}07$; $-0{,}75$; $-0{,}57$
b) $-70{,}1$; $-17{,}0$; $-10{,}7$; $-0{,}71$; $+7{,}01$; $10{,}7$
c) $-\frac{7}{10}$; $-\frac{1}{3}$; $-\frac{1}{10}$; 0; $\frac{2}{5}$; $+\frac{1}{2}$
č) $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$

133

a) $+4$; -4 **b)** $+0{,}45$; $-0{,}45$
c) $+\frac{3}{8}$; $-\frac{3}{8}$ **č)** $+2{,}35$; $-2{,}35$

134

a) $-0{,}4$; $-1{,}1$; $-1{,}8$; $-2{,}5$
b) $-11{,}9$, -11; $-10{,}1$; $-9{,}2$; $-8{,}3$
c) -3; $-2\frac{2}{3}$; $-2\frac{1}{3}$; -2; $-1\frac{2}{3}$
č) $\frac{2}{7}$, $-\frac{2}{7}$, $-\frac{6}{7}$, $-1\frac{3}{7}$, -2

135

a) $-4, -3 - 2, -1, 0, 1, 2, 3$
b) $-3, -4, -5, -6, -7, -8$
c) $-2, -1$
č) $-4, -5, -6, -7, -8$

136

a) Bliže -7. **b)** Bliže 14. **c)** Bliže $-\frac{1}{2}$.

137

a) $|-4{,}40| = |+4{,}40|$ **b)** $|-\frac{3}{7}| < |+\frac{4}{5}|$
c) $|-5{,}07| < |-5{,}70|$
č) $|-\frac{2}{9}| < +\frac{3}{4}$
d) $7{,}03 > |-1{,}02|$ **e)** $|-\frac{3}{5}| > -\frac{7}{5}$

138

Rešitev je individualno delo. Npr.:
a) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$
b) $-4, -3 \ldots 1, 0, 2, 3, 4$
c) $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4$
č) Vsa števila iz $\mathbb{Z}$, razen števila 3.
d) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$

139

a) $-8{,}43$, $|3{,}48|$, $|-3{,}84|$, $4{,}38$, $|-8{,}34|$
b) $-\frac{2}{3}$, $-\frac{1}{2}$, 0, $|-\frac{2}{3}|$, $\frac{3}{4}$, $|-\frac{5}{6}|$

U. Do trdnega znanja

140

a) Množica s števno mnogimi elementi je množica naravnih števil.
b) Množica s števno mnogimi elementi je množica lihih števil.
c) Množica s števno mnogimi elementi je množica sodih števil.
č) Množica brez elemenov je prazna množica.
d) Množica z enim elementom, to je številom 0, je množica števila nič.
e) Končna podmnožica s tremi elementi je podmnožica racionalnih števil.

141

a) $\mathcal{A} = \{16, 17, 18, 19\}$
b) $\mathcal{B} = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\ldots\}$
c) $\mathcal{D} = \{1 < x < 2;\ x = \frac{m}{n}, n \neq 0\}$
č) $\mathbb{N}_0 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\ldots\}$

142

a) Množica naravnih števil, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 508\}$
Množica celih števil, $\mathbb{Z} = \{-1, -2, -3, -4, 0, 112, 34\ldots\}$
Množica racionalnih števil, $\mathbb{Q} = \{-1{,}05, -0{,}4, -3, -4, \frac{3}{4}, 3{,}\overline{3}\}$
b) *Osnovna* ali *univerzalna množica* je množica, ki vključuje vse elemente iz obravnavanega območja.Označimo jo z $\mathcal{U}$.

143

Individualno delo. Na primer:
a) $\{-3, -6\} \subset \{-3, -6, -8, -9, -10\}$, ali $\{-9, -10\}$, $\{-8, -6\}$
b) $\{-3, -6, -9\}$, $\{-8, -9, -10\}$, $\{-3, -6, -8\}$ itd.

144

$\mathbb{N}_0 = \mathbb{N} \cup \{0\}$; $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$; $\mathbb{Q} = \mathbb{Q}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Q}^+$

145

	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Z}^+$	$\mathbb{Z}^-$	$\mathbb{Q}^+$	$\mathbb{Q}^-$	$\mathbb{Q}$
$\frac{6}{1}$	$\in$	$\in$	$\in$		$\in$		$\in$
$-2{,}\overline{6}$						$\in$	$\in$
$-\frac{8}{2}$		$\in$		$\in$		$\in$	$\in$
$\frac{0}{4}$		$\in$					$\in$
$\frac{7}{8}$					$\in$		$\in$

146

Upodobljena so racionalna števila, od teh:
$\{-2{,}6, -1{,}5, -0{,}8\} \subset \mathbb{Q}^-$ in $\{1{,}1, +2{,}3, 3\} \subset \mathbb{Q}^+$.

147

a) $-6{,}25 < 6{,}25$ **b)** $-3{,}53 > -4{,}35$
c) $6{,}53 > 6{,}43$ **č)** $-7{,}43 < -6{,}53$

148

Pomagaj si z diagramom za razširitev.

$$\frac{3}{20} \xrightarrow[\cdot 5]{\cdot 5} \frac{15}{100} = 0{,}15$$

a) $-\frac{5}{2} = -\frac{25}{10} = -2{,}5$ **b)** $-\frac{3}{4} = -\frac{75}{100} = -0{,}75$
c) $-\frac{3}{20} = -\frac{15}{100} = -0{,}15$ **č)** $-\frac{7}{25} = -\frac{28}{100} = -0{,}28$

149

Neskončno mnogo, ker so racionana števila gosta. To pomeni, da med dve racionalni števili lahko vrinemo novo racionalno število.

150

a) $\frac{5}{8}$ **b)** $\frac{13}{24}$ **c)** 1,55
Izračunano vrednost smo imenovali *aritmetična sredina* števil.

151

a) $+31$, -31 **b)** $+56{,}7$, $-56{,}7$
c) $+8{,}3$, $-8{,}3$ **č)** $+\frac{2}{5}$, $-\frac{2}{5}$

152

a) $|-7{,}32|$, $7{,}29$, $|-6{,}56|$, $2{,}35$, $-6{,}45$, $-13{,}21$
b) $|-\frac{5}{6}|$, $\frac{3}{4}$, $|-\frac{2}{3}|$, 0, $-\frac{1}{2}$, $-\frac{2}{3}$

153

a) $+31\,°C$ **b)** $+57\,°C$

154

a) Prva postaja je na globini -25 m.
b) Spust med prvo in drugo postajo meri 113 m.
c) Dvigalo opravi 300 m poti.

155

I. od 263 do 240 pr. n. š.
II. od 217 do 200 pr. n. š.
III. od 148 do 145 pr. n. š.

2. Računanje z racionalnimi števili

P. Računanje s pozitivnimi racionalnimi števili

1

a) $\frac{2}{10}, \frac{10}{50}, \frac{12}{60}$; $\frac{3}{15}, \frac{5}{25}, \frac{6}{30}, \frac{7}{35}$
b) $\frac{24}{64}, \frac{27}{72}, \frac{60}{160}$; $\frac{12}{32}, \frac{21}{56}, \frac{30}{80}, \frac{39}{104}$

2

a) 3, 12, 9 **b)** 6, 72, 42 **c)** 21, 250, 225

3

a) $\approx 0{,}350$ **b)** $\approx 4{,}880$ **c)** $\approx 2{,}340$
č) $\approx 4{,}48$ **d)** $\approx 2{,}43$ **e)** $\approx 1{,}56$

4

a) 0,750 **b)** 4,020 **c)** 3,980

5

a) $0{,}69 < 0{,}96$ **b)** $3{,}97 < 3{,}978$
c) $6{,}52 > 4{,}52$ **č)** $9{,}989 < 9{,}99$

6

a) $\frac{3}{12}$; $\frac{7}{12}$ **b)** $\frac{10}{12}$; $\frac{3}{12}$ **c)** $\frac{9}{24}$; $\frac{14}{12}$
$\frac{6}{9}$; $\frac{2}{9}$ $\frac{14}{21}$; $\frac{9}{21}$ $\frac{26}{130}$; $\frac{70}{130}$

7

a) $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{9}$
b) $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{9}$
c) $\frac{1}{3}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{5}$

8

Je individualno delo. Rešen je samo prvi primer.
a) $\frac{6}{14}$; $\frac{15}{35}$; $\frac{21}{49}$; $\frac{30}{70}$

9

a) Ne, okrajšani in razširjeni ulomek sta samo različna zapisa istega števila.
b) Najmanjši skupni imenovalec je najmanjši med skupnimi večkratniki imenovalcev.
c) Števec in imenovalec okrajšanega ulomka nimata skupnega delitelja. Sta tuji števili.

10

a) 8,8 **b)** 1 **c)** 20 **č)** 15
d) 46,06 **e)** 18 **f)** 0,7 **g)** $\frac{1}{10}$

11

a) 4,4 **b)** 21,1 **c)** $3\frac{6}{10} = 3\frac{3}{5}$ **č)** 0,6
d) $\frac{3}{10}$ **e)** $\frac{8}{9}$ **f)** 2,9 **g)** 13

12

a) $\frac{26}{35}$, $1\frac{1}{6}$, $1\frac{1}{9}$, $1\frac{1}{6}$
b) $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{8}$, $2\frac{19}{30}$, $2\frac{1}{20}$
c) $1\frac{1}{3}$, $1\frac{1}{15}$, $2\frac{5}{12}$, $5\frac{11}{42}$

13

a) $0{,}65 \approx 0{,}7$ **b)** $11{,}64 \approx 11{,}6$

14

a)
$$\begin{array}{rcccccccc} & 3 & 6 & 8 & 5 & , & 4 & 2 & 3 \\ + & & 2_{1} & 5_{1} & 8 & , & 4 & 5_{1} & 7 \\ \hline & 3 & 9 & 4 & 3 & , & 8 & 8 & 0 \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{rccccccc} & 9 & 7 & 3 & , & 4 & 2 & 9 \\ - & 1_{1} & 8_{1} & 9_{1} & , & 7_{1} & 5 & 3 \\ \hline & 7 & 8 & 3 & , & 6 & 7 & 6 \end{array}$$

15

a) 55,35 **b)** 28,22 **c)** 0,00822