

SVET MATEMATIKE

Maks Rutar

PRIROČNIK
IN
VAJE IZ MATEMATIKE

ZA 8. RAZRED
DEVETLETNE OSNOVNE ŠOLE



Maks Rutar

Svet matematike

PRIROČNIK IN VAJE IZ MATEMATIKE

za 8. razred devetletne osnovne šole

Avtorica XI. poglavja – *Matematični orehi*: Stanka Grum

Recenzenti: prof. dr. Lidija Zađnik – Stirn (razen XI. poglavja), Karmen Kete,

Simon Kravanja, Anton Perat

Jezikovni pregled: Marta Pavlin

Izdalо in založilo: Založništvo JUTRO, © Jutro d.o.o., Ljubljana

2. natis za 8. razred devetletne osnovne šole, 2003

(prej 6. natisov za 7. razred osemletne osnovne šole)

Literatura:

F. Galič, I. Pucelj, F. Savnik, T. Uran: MATEMATIKA ZA 7. RAZRED OSNOVNE ŠOLE, ZS, Ljubljana 1989 • F. Galič, I. Pucelj, F. Savnik, T. Uran: MATEMATIKA ZA 8. RAZRED OSNOVNE ŠOLE, DZS, Ljubljana 1988 • L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ARITMETICA, Le Monnier, Firenze 1990 • L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ALGEBRA, Le Monnier, Firenze 1990

Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje je dne 19. 12. 2002 s sklepom 613-396/02 potrdil knjige »SVET MATEMATIKE, PRIROČNIK IN VAJE IZ MATEMATIKE ZA 8. RAZRED DEVETLETNE OSNOVNE ŠOLE« kot učno sredstvo za pouk matematike v 8. razredu devetletnega osnovnošolskega izobraževanja.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji

Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

51(075.2)(035)

51(075.2)(076.1)

RUTAR, Maks

Priročnik in vaje iz matematike : za osmi razred devetletne osnovne šole / Maks Rutar ; [avtorica XI. poglavja Matematični orehi Stanka Grum]. - Ljubljana : Jutro, 2003. - (Svet matematike)

ISBN 961-6433-08-3

119130112

Naročila:

JUTRO d.o.o., Črnuška c. 3, p.p. 4986, 1001 Ljubljana

Tel. (01) 561-72-30, 041 698-788 • faks (01) 561-72-35

E-pošta: JUTRO@SIOL.NET • Knjigarna na internetu: WWW.JUTRO.SI

PREDGOVOR

Večletna praksa pri poučevanju matematike v osnovni šoli in spoznanja po nujnem dodatnem delu z učenci ter njihovem samostojnem delu so vzpodbudili avtorja, Maksra Rutarja, da pripravi priročnike Svet matematike.

S temi priročniki je avtor želel zapolniti vrzel, ki jo učenci, starši in tudi učitelji občutijo ob iskanju uspešnega izhoda iz stiske, kako priti do priročnih vaj, ki bi omogočale utrditi in poglobiti v šoli pridobljeno znanje.

Ljubiteljem matematike pa je namenjeno poglavje *Matematični orehi* avtorice Stanke Grum.

Priročniki Svet matematike so v praksi dokazali trojno uporabnost, in sicer kot učbenik, zbirka vaj in kot priročnik.

Zbirka Svet matematike pa naj bi pri učencih tudi v čim večji meri budila spoznanje, da je matematika čudovito miselno spletanje, ki je nujno potrebno za pridobivanje drugih sodobnih znanj.

Prepričani smo, da se bodo učenci z veseljem spoprijemali z vajami, ki so razdeljene v dve težavnostni stopnji. Na lažje, ki niso označene, in težje, ki so označene z deteljico ♦. Snov je razvrščena v deset poglavij; na začetku je kratka ponovitev snovi oz. razлага, sledijo vaje. Na koncu poglavij so zapisane rešitve, zaradni česar odpade zamudno iskanje rešitev. Izjema je seveda XI. poglavje, Matematični orehi, ki smo ga v celoti označili z dvema deteljicama. Da bi matematične orehe lažje trli, je pri rešitvah večine nalog skrbno izdelana pot reševanja.

Sedaj pa veselo na delo!

Založništvo Jutro

♦ — težje naloge, pa nikar se jih ne ustrašite

♦♦ — matematični orehi

KAZALO

Iz strokovne ocene ob prvi izdaji knjige

SVET MATEMATIKE, Priročnik in vaje iz matematike za 7. in 8. r. osnovne šole:

Knjiga kot celota kaže avtorjevo strokovno trdnost, njegov dober pregled nad učno snovjo z vidika pomembnosti in težavnosti za učenca, med didaktičnimi vidiki pa zlasti poudarek na načelih nazornosti, sistematičnosti in postopnosti.

Avtor ima matematiko rad in k takemu odnosu pomaga tudi reševalcu nalog.

Priročnik zmanjšuje vrzel v tovrstni tržni ponudbi matematične literature in je lahko dober pripomoček velikemu delu naših osnovnošolcev, pa tudi многim osnovnošolskim učiteljem.

*Strokovna ocena št. 603-03-09/91-NM
Zavoda R Slovenije za šolstvo in šport*

I. MNOŽICA RACIONALNIH ŠTEVIL	9
1. Seštevanje racionalnih števil	16
2. Odštevanje racionalnih števil	20
3. Prištevanje in odštevanje vsote	24
4. Množenje racionalnih števil	27
5. Deljenje racionalnih števil	31
6. Potenciranje racionalnih števil	37
II. KVADRAT IN KVADRATNI KOREN RACIONALNEGA ŠTEVILA	43
1. Kvadrat racionalnega števila	43
2. Kvadratni koren racionalnega števila	46
III. ODNOSI MED SPREMENLJIVKAMI	51
Koordinatni sistem v ravnini	51
IV. PREMO SORAZMERJE	60
V. OBRATNO SORAZMERJE	68
SKLEPNI RAČUN	71
VI. VEKTORJI	76
1. Seštevanje vektorjev	82
2. Razstavljanje vektorjev	96
3. Odštevanje vektorjev	104
VII. VEČKOTNIKI	115
VIII. KROG	120
1. Obseg kroga	120
2. Dolžina krožnega loka	123
3. Ploščina kroga	129
4. Ploščina krožnega izseka	133

I. MNOŽICA RACIONALNIH ŠTEVIL

IX. ENOČLENIKI, VEČČLENIKI	136
1. Množenje enočlenikov	136
2. Izpostavljanje skupnega faktorja	138
3. Seštevanje enočlenikov	139
4. Množenje veččlenika z enočlenikom	146
5. Množenje veččlenika z vcčlenikom	148
6. Kvadrat dvočlenika	150
7. Zmnožek vsote in razlike dveh enočlenikov	154
X. PITAGOROV IZREK	157
UPORABA V:	
1. pravokotniku	163
2. kvadratu	164
3. enakokrakem trikotniku	165
4. enakostraničnem trikotniku	167
5. rombu	168
6. enakokrakem trapezu	169
XI. MATEMATIČNI OREHI	170
Aritmetična sredina	170
Racionalna števila	172
Vektorji, večkotniki	175
Krog in njegovi deli	177
Veččleniki	180
Pitagorov izrek	183
XII. DODATNI OBRAZCI IN TABELE	193
1. Ravninska geometrija	193
2. Pitagorejske trojice	198
3. Kvadrati, kubi, kvadratni in kubični korenji naravnih števil od 1 do 1000 ..	199

Posezimo s spominom v nižje razrede osnovne šole.

Naj bosta dani naravni števili 5 in 8.

Do 6. razreda smo lahko brez razmišljanja izračunali vsoto in zmnožek dveh naravnih števil. Rezultat je bil vedno naravno število. Pri količniku ali razliki pa se je včasih zataknilo. Rekli ste: "Gospod učitelj, to se pa ne da izračunati!"

$$(5 + 8) \in \mathbb{N}_0$$

$$(5 \cdot 8) \in \mathbb{N}_0$$

$$(5 : 8) \notin \mathbb{N}_0$$

$$(5 - 8) \notin \mathbb{N}_0$$

POZNALI SMO SAMO MNOŽICO \mathbb{N}_0

Tudi na številski premici so bile slike števil posejane bolj na redko:

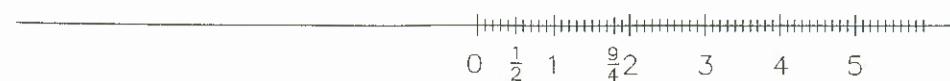


Problem deljenja smo razrešili, ko smo spoznali množico ulomkov in izračunali:

$$5 : 8 = \frac{5}{8} = 0,625$$

Nismo pa še znali izračunati $(5 - 8)$

Številkska premica je bila desno od slike števila 0 že na gosto posejana s slikami števil. Levo od števila 0 pa je bila še vedno prazna!



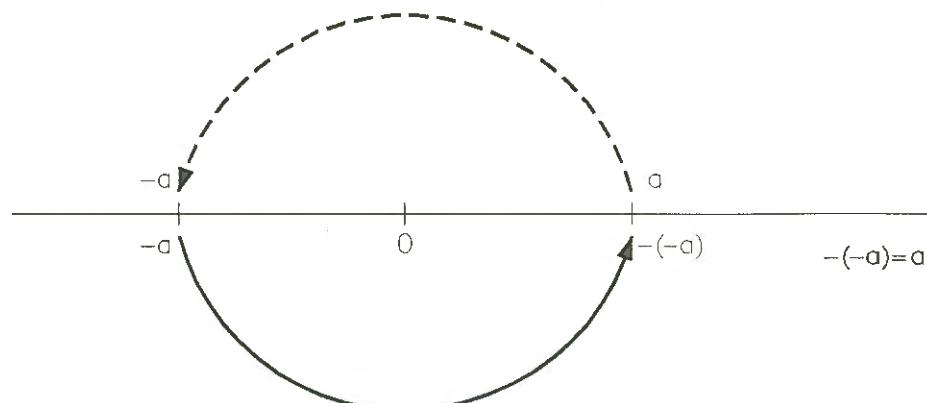
V 7. razredu smo razrešili tudi problem (5-8) tako, da smo uvedli novo množico števili.

MNOŽICA RACIONALNIH ŠTEVIL \mathbb{Q}

Slike do sedaj znanih števil prezrcalimo na številski premici čez točko 0. Tako dobljena števila imenujemo **NEGATIVNA RACIONALNA ŠTEVILA**



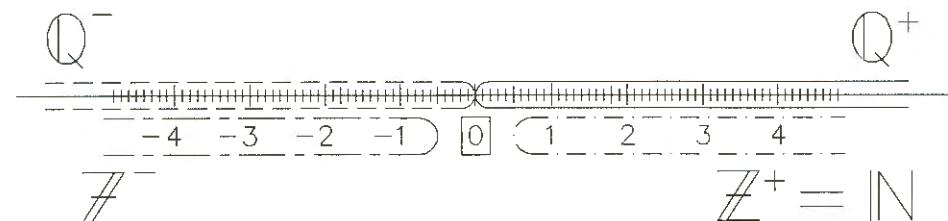
Števili, ki se čez 0 zrcalita druga v drugo, imenujemo **NASPROTNI ŠTEVILI**.



Število nasprotno številu 5 je -5 .

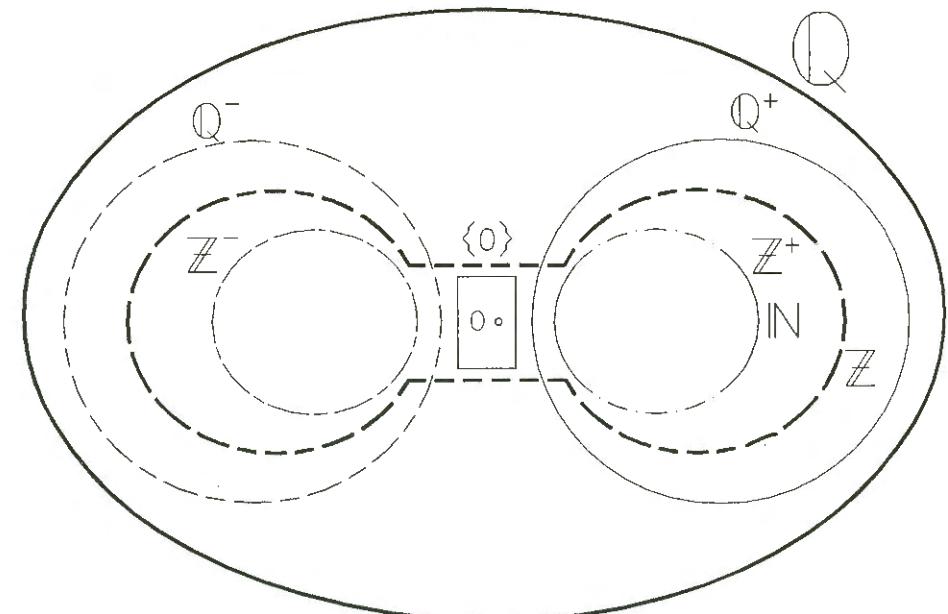
Nasprotno število števila -4 je $-(-4) = 4$.

OGLEJMO SI ŠE ENKRAT NAŠO ŠTEVILSKO PREMICO:



Števila kot so: $\dots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots$ pripadajo množici celih števil \mathbb{Z} .

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^+$$



VAJE

1. Izpolni preglednico:

n	predhodnik	naslednik
4		
-3		
308		
-17		
0		
-999		

2. Zapiši vse elemente množic:

- a) $A = \{x; -1 < x < 5 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
- b) $B = \{x; -3 \leq x < 4 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
- c) $C = \{x; -3 < x \leq 4 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
- d) $D = \{x; -5 \leq x \leq 2 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$

3. Prikaži na številski premici števila in jih uredi po velikosti.

- a) $-1; +2; +5; -6; +8; -3; +1; 0$
- b) $+2\frac{1}{2}; -3\frac{3}{4}; -1\frac{1}{2}; +1\frac{1}{4}; 0; -\frac{1}{4}; \frac{1}{2}$
- c) $2,5; -0,75; 0,25; -1,5; -2; 3,75$
- d) $-0,5; \frac{1}{3}; -0,75; -\frac{1}{6}; \frac{5}{6}; \frac{1}{12}$

4. Uredi po velikosti števila:

- a) $-5; 9; -3; 0; -1; 1; 4$
- b) $-0,7; 1,1; -1,09; 0,5; -1,2; 0,49$
- c) $5\frac{1}{3}; -2\frac{3}{4}; 3\frac{5}{6}; \frac{31}{3}; -\frac{10}{2}; -2,5$
- d) $-3\frac{2}{3}; \frac{5}{6}; -3\frac{3}{5}; \frac{3}{4}; -\frac{7}{8}; -\frac{9}{10}$

5. Koliko je celih števil, ki so večja od -5 in manjša od 5 ?

6. Zapiši vsaj tri števila, ki so večja od $-0,9$ in manjša od $-0,8$.

♣ 7. Poišči vse ulomke z enomestnim imenovalcem, ki so večji od $-\frac{11}{12}$ in manjši od $-\frac{1}{2}$.

8. Dva avtomobila odpeljeta istočasno iz Ljubljane. Prvi s hitrostjo 80 km/h , drugi pa s hitrostjo 90 km/h . Kolikšna je razdalja med njima čez $1\frac{1}{2} \text{ h}$, če:

- a) odpeljeta oba proti Mariboru;
- b) odpelje prvi proti Mariboru, drugi pa proti Kopru?

9. Ladja izpluje iz luke, ki se nahaja na 19° južne zemljepisne širine. Kje se nahaja ladja, ko prepluje 25° zemljepisne širine proti severu?

10. Zvečer je bila temperatura v nekem kraju 7°C . Čez noč se je temperatura znižala za 11°C . Koliko je pokazal termometer zjutraj?

11. Termometer je pokazal, da ima Janko povišano temperaturo $39,6^\circ \text{C}$, zato je vzel zdravilo. Pri ponovnem merjenju je toplomer pokazal za $1,9^\circ \text{C}$ nižjo temperaturo. Koliko je pokazal?

12. V nekem kraju je bila ob 6 h temperatura $-3,3^\circ \text{C}$, ob 11 h pa $5,3^\circ \text{C}$. Za koliko $^\circ \text{C}$ se je temperatura zvišala?

REŠITVE:

1.: n	predhodnik	naslednik
4	3	5
-3	-4	-2
308	307	309
-17	-18	-16
0	-1	1
-999	-1000	-998

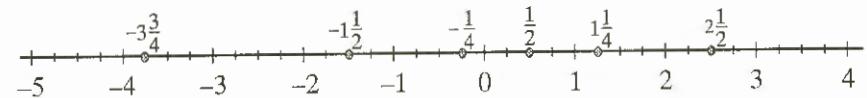
2.:

- a) $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
- b) $B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
- c) $C = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
- d) $D = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}$

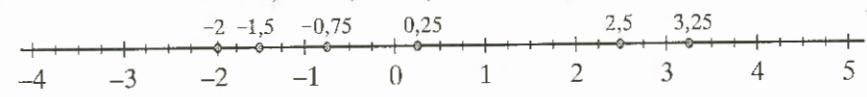
3.: a) $-6 < -3 < -1 < 0 < +1 < +2 < +5 < +8$



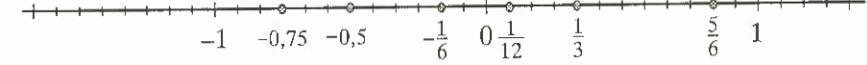
b) $-3\frac{3}{4} < -1\frac{1}{2} < -\frac{1}{4} < 0 < \frac{1}{2} < 1\frac{1}{4} < 2\frac{1}{2}$



c) $-2 < -1,5 < -0,75 < 0,25 < 2,5 < 3,25$



d) $-0,75 < -0,5 < -\frac{1}{6} < \frac{1}{12} < \frac{1}{3} < \frac{5}{6}$



4.: a) $-10 < -5 < -3 < -1 < 0 < 1 < 4 < 9$ c) $-\frac{10}{2} < -2\frac{3}{4} < -2,5 < 3\frac{5}{6} < 5\frac{1}{3} < \frac{31}{3}$

b) $-1,2 < -1,09 < -0,7 < 0,49 < 0,5 < 1,1$ d) $-3\frac{2}{3} < -3\frac{3}{5} < -\frac{9}{10} < -\frac{7}{8} < \frac{3}{4} < \frac{5}{6}$

5.: Takih števil je 9
in sicer $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ in 4 .

9.: Nahaja se na 6° severne zemljepisne širine.

6.: Npr.: $-0,81; -0,82; -0,83$

10.: -4°C

7.: $-\frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, -\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, -\frac{5}{6}, -\frac{4}{7}, -\frac{5}{7}, -\frac{6}{7}, -\frac{5}{8}, -\frac{7}{8}, -\frac{5}{9}, -\frac{7}{9}, -\frac{8}{9}$

11.: $37,7^\circ \text{C}$

8.: a) 15 km b) 255 km

12.: $8,6^\circ \text{C}$

ABSOLUTNA VREDNOST RACIONALNEGA ŠTEVILA

Absolutna vrednost racionalnega števila je enaka oddaljenosti slike tega števila od izhodišča 0. Absolutno vrednost števila a označimo $|a|$.



$$|a| = \overline{OA}$$

PRIMER

- število 5 je od števila nič oddaljeno 5 enot
- število -4 je od števila nič oddaljeno 4 enote
- število 4 je od števila nič oddaljeno 4 enote

$$\begin{aligned} |5| &= 5 \\ |-4| &= 4 \\ |4| &= 4 \end{aligned}$$

Nasprotni števili sta od nič enako oddaljeni.

Absolutni vrednosti nasprotnih si števil sta enaki: $|a| = |-a|$

VAJE

1. Izpolni tabelo:

x	4	-5	2,7	0	5	$-1\frac{1}{2}$	-4	-2,9	$-3\frac{1}{5}$
$ x $									

2. Zapiši vse elemente množic:

- a) $A = \{x; |x| = 3 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
 b) $B = \{x; |x| < 4 \text{ in } x \in \mathbb{N}_0\}$
 c) $C = \{x; |x| < 5 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
 d) $D = \{x; |x| \leq 4 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$
 e) $E = \{x; |x| < -2 \text{ in } x \in \mathbb{Z}\}$

3. Izračunaj:

- | | | |
|--------------------|---|--|
| a) $ 7 + -7 $ | e) $ -3\frac{1}{3} + 1\frac{5}{6} $ | i) $ 6\frac{1}{4} - 2\frac{1}{5} + -\frac{1}{2} $ |
| b) $ -5 + 12 $ | f) $ 5\frac{3}{5} - -2\frac{7}{10} $ | j) $ 2,5 - \frac{9}{4} - \frac{7}{12} - 0,5 $ |
| c) $ -10 - -10 $ | g) $ -4 - 3,8 $ | k) $ 3\frac{1}{8} - (2,5 - 0,5) - 0,25 + 0,125 $ |
| d) $ 21 - -6 $ | h) $ 5,06 + -7,9 $ | l) $4 \cdot -2\frac{1}{4} + 5 \cdot -3\frac{2}{5} - 100 \cdot -0,05 $ |

REŠITVE

1.:

x	4	-5	2,7	0	5	$-1\frac{1}{2}$	-4	-2,9	$-3\frac{1}{5}$
$ x $	4	5	2,7	0	5	$\frac{1}{2}$	4	2,9	$\frac{1}{5}$

- 2.: a) $A = \{3, -3\}$
 b) $B = \{0, 1, 2, 3\}$
 c) $C = \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
 d) $D = C$
 e) $E = \{\}$

- 3.: a) 14 d) 15 g) 0,2 j) $\frac{1}{6}$
 b) 17 e) $5\frac{1}{6}$ h) 12,96 k) 0,75
 c) 0 f) $2\frac{9}{10}$ i) $4\frac{11}{20}$ l) 21

9. $(-8) + (-9)$

17. $(-19) + (+25)$

10. $(-16) + (-12)$

18. $(+18) + (-28)$

11. $(-5,4) + (-7,3)$

19. $(+4,9) + (-7,3)$

12. $(-16,9) + (-5,1)$

20. $(-10,5) + (+12,8)$

13. $(-2\frac{5}{6}) + (-1\frac{1}{3})$

21. $(-1\frac{1}{4}) + (+2\frac{3}{5})$

14. $(-3\frac{5}{8}) + (-2\frac{1}{4})$

22. $(+4\frac{3}{5}) + (-7\frac{3}{4})$

15. $(-1\frac{1}{4}) + (-2,75)$

23. $(+1\frac{1}{8}) + (-2,5)$

16. $(-5,5) + (-2\frac{1}{5})$

24. $(-0,25) + (+3\frac{2}{3})$

Reši enačbe:

25. $t + 9 = 9$

27. $(-11) + v = -20$

29. $x + 3,5 = 0,5$

26. $5 + u = 1$

28. $z + (-6) = 6$

30. $(-2,5) + y = 1,5$

Zapiši množico rešitev neenačbe, če je $x \in \mathbb{Z}$:

31. $x + 10 \geq 19$

33. $x + 15 \geq 12$

35. $(-4) + x \leq -8$

32. $(-7) + x \geq 3$

34. $x + 8 \leq -8$

36. $x + 11 \leq 14$

Poisci celi števili a in b tako, da je:

37. $|a + b| = |a| + |b|$

38. $|a| + |b| > |a + b|$

REŠITVE:

1.: $+19$

5.: $+3\frac{17}{20}$

9.: -17

13.: $-4\frac{1}{6}$

17.: $+6$

21.: $+1\frac{7}{20}$

2.: $+46$

6.: $+8\frac{9}{14}$

10.: -28

14.: $-5\frac{7}{8}$

18.: -10

22.: $-3\frac{3}{20}$

3.: $+12,1$

7.: $+2\frac{3}{8}$

11.: $-12,7$

15.: -4

19.: $-2,4$

23.: $-1\frac{3}{8}$

4.: $+42,4$

8.: $+6\frac{1}{6}$

12.: -22

16.: $-7,7$

20.: $+2,3$

24.: $+3\frac{5}{12}$

25.: $t = 0$

29.: $x = -3$

33.: $R = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$

26.: $u = -4$

30.: $y = 4$

34.: $R = \{-16, -17, -18, \dots\}$

27.: $v = -9$

31.: $R = \{9, 10, 11, \dots\}$

35.: $R = \{-4, -5, -6, \dots\}$

28.: $z = 12$

32.: $R = \{10, 11, 12, \dots\}$

36.: $R = \{3, 2, 1, 0, -1, -2, \dots\}$

37.: npr.: $a = 5$ in $b = 3$ ali $a = -5$ in $b = -3$ (velja za pare števil, v katerih imata števili enaka predznaka ali, če je eno število ali obe enako nič)

38.: npr.: $a = 6$ in $b = -9$ (velja za take pare števil, v katerih imata števili različna predznaka)

Kadar znak + označuje pozitivno število, ga lahko izpustimo.

PRIMER

Namesto $(+5) + (-12)$ lahko zapišemo $5 + (-12)$;
namesto $(-7) + (+6)$ lahko zapišemo $(-7) + 6$;
namesto $(+16) + (-11) = +5$ lahko zapišemo $16 + (-11) = 5$

Kadar imamo opravka z izrazom, v katerem nastopa več seštevancev, uporabimo naslednje praktično pravilo:

- SEŠTEJEMO VSE POZITIVNE ČLENE;
- SEŠTEJEMO VSE NEGATIVNE ČLENE;
- IN ŽE SMO PRED SEŠTEVANJEM DVEH RACIONALNIH ŠTEVIL.

PRIMER

$$\begin{aligned} 9 + 12 + (-16) + 7 + (-11) + (-6) + 3 &= \\ = 31 + (-33) &= \\ = \underline{\underline{-2}} \end{aligned}$$

VAJE

Izračunaj:

1. $(+7) + (-5) + (-3)$	4. $6 + (-1) + 4 + (-3)$
2. $(-2) + (+6) + (-4)$	5. $-2 + (-1) + 5 + (-3)$
3. $(+1) + (-2) + (-3)$	6. $(-8) + 9 + (-6) + 3$
7. $15 + (-18) + 2 + (-11) + 20 + (-18)$	
8. $-18 + 15 + (-16) + (-9) + 6 + (-5)$	
9. $19 + (-18) + (-17) + (-3) + 8 + 5$	
10. $-\frac{2}{7} + (-\frac{1}{4}) + (-\frac{5}{2}) + \frac{3}{4}$	13. $-1,2 + (-3,5) + 4,9 + 1,3 + (-0,8)$
11. $\frac{1}{2} + (-\frac{1}{4}) + (-\frac{3}{2}) + \frac{3}{4}$	14. $4,5 + (-3,7) + 2,8 + (-1,3) + (-3,9)$
12. $\frac{1}{3} + (-\frac{3}{2}) + \frac{5}{4} + (-\frac{7}{6})$	15. $8,4 + 2,6 + (-1,3) + (-2,8) + (-10,3)$

Pisavo, s katero smo dosedaj zapisovali vsote racionalnih števil, bomo poenostavili in sicer tako, da bomo odpravili oklepaje.

PRIMER	$(+8) + (-3) = 8 - 3 = 5$
	$(+3) + (+2) = 3 + 2 = 5$
	$(-4) + (+6) = -4 + 6 = 2$
	$(+5) + (-8) = 5 - 8 = -3$
	$(-3) + (-4) = -3 - 4 = -7$

21.:

x	x^2	$-x^2$	$x^2 - 4$	$(x - 4)^2$
0	0	0	-4	16
1	1	-1	-3	9
-1	1	-1	-3	25
3	9	-9	5	1
4	16	-16	12	0
-4	16	-16	12	64
8	64	-64	60	16
-10	100	-100	96	196

- 48.: 1156 52.: 4761 56.: 8836 60.: 33124 64.: 388129
 49.: 1849 53.: 5329 57.: 9409 61.: 53361 65.: 627264
 50.: 3249 54.: 5929 58.: 9801 62.: 224676 66.: 770884
 51.: 3721 55.: 7744 59.: 38025 63.: 292681 67.: 797449
 68.: 824464 72.: 930,25 76.: 38,1924 80.: 0,001681 84.: 96100
 69.: 896809 73.: 37,3321 77.: 497,29 81.: 84100 85.: 1416100
 70.: 56,25 74.: 8154,09 78.: 0,9801 82.: 136900 86.: 14364100
 71.: 0,8836 75.: 0,795664 79.: 4,3681 83.: 672400 87.: 30913600
 88.: 50836900 91.: 9741690000 94.: 60684100 97.: 62,7264 100.: 100000000
 89.: 68890000 92.: 31696900 95.: 70728100 98.: 89113600 101.: 34810000
 90.: 4186090000 93.: 86862400 96.: 1482,25 99.: 0,432964

2. KVADRATNI KOREN RACIONALNEGA ŠTEVILA

Enačba $x^2 = 25$ zahteva, da poiščemo števila, katerih kvadrat je enak 25. To sta števili 5 in -5.

Operacija, s katero ta števila poiščemo, je obratna kvadriranju in jo imenujemo **KORENJENJE**.

Rekli bomo: kvadratni koren števila 25 je enak 5 (zato ker je $5^2 = 25$) in enak -5 (ker je $(-5)^2 = 25$).

Zapisali bomo: $\sqrt{25} = \pm 5$

PRIMER

$$\sqrt{36} = \pm 6$$

$$\sqrt{100} = \pm 10$$

$$\sqrt{169} = \pm 13$$

$$\text{zato, ker je } 6^2 = 36 \text{ in } (-6)^2 = 36$$

$$\text{zato, ker je } 10^2 = 100 \text{ in } (-10)^2 = 100$$

$$\text{zato, ker je } 13^2 = 169 \text{ in } (-13)^2 = 169$$

$\sqrt{-16} = ?$ Pri kvadriraju racionalnih števil smo povedali, da so vsi kvadrati racionalnih števil pozitivna števila, kvadrat števila 0 pa je 0. Zaenkrat še ne poznate števil, katerih kvadri so negativna števila.

Odslej bomo zaradi lažjega pisanja zapisovali samo pozitivno vrednost kvadratnega korena ($\sqrt{49} = 7$).

Ne bomo pozabili, da ima naša enačba v množici rešitev dva elementa.

$$R = \{7, -7\}$$

$$\sqrt{900} = 30$$

ŠTEVILU NIČEL, S KATERIMI SE KONČA CELO ŠTEVILU, KI GA KORENIMO, SE RAZPOLOVI (SE PRAVI, DA SE MORA KORENJENEC KONČATI S SODIM ŠTEVILOM NIČEL).

$$\sqrt{0,0196} = 0,14$$

ŠTEVILU DECIMALK V ŠTEVILKI SE PRI KORENJENJU RAZPOLOVI.

$$\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{100} = 10$$

KVADRATNI KOREN ZMNOŽKA JE ENAK ZMNOŽKU KVADRATNIH KORENOV (ZMNOŽEK KORENIMO TAKO, DA KORENIMO VSAK FAKTOR POSEBEJ $\sqrt{25 \cdot 4} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{4} = 5 \cdot 2 = 10$).

$$\sqrt{\frac{16}{49}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$$

KVADRATNI KOREN KOLIČNIKA JE ENAK KOLIČNIKU KVADRATNIH KORENOV (ULOMEK KORENIMO TAKO, DA KORENIMO ŠTEVEC IN IMENOVALEC ULOMKA).

VAJE

Izračunaj kvadratne korene:

- | | | | | |
|-----------------|-------------------|--------------------|-----------------------|-----------------------|
| 1. $\sqrt{81}$ | 7. $\sqrt{361}$ | 13. $\sqrt{1600}$ | 19. $\sqrt{19600}$ | 25. $\sqrt{0,0009}$ |
| 2. $\sqrt{144}$ | 8. $\sqrt{64}$ | 14. $\sqrt{2500}$ | 20. $\sqrt{64000000}$ | 26. $\sqrt{0,01}$ |
| 3. $\sqrt{169}$ | 9. $\sqrt{121}$ | 15. $\sqrt{10000}$ | 21. $\sqrt{0,04}$ | 27. $\sqrt{0,16}$ |
| 4. $\sqrt{225}$ | 10. $\sqrt{256}$ | 16. $\sqrt{90000}$ | 22. $\sqrt{0,49}$ | 28. $\sqrt{2,89}$ |
| 5. $\sqrt{324}$ | 11. $\sqrt{3600}$ | 17. $\sqrt{4900}$ | 23. $\sqrt{2,56}$ | 29. $\sqrt{1,21}$ |
| 6. $\sqrt{289}$ | 12. $\sqrt{400}$ | 18. $\sqrt{14400}$ | 24. $\sqrt{0,36}$ | 30. $\sqrt{0,000081}$ |

REŠITVE:

1.: 9	6.: 17	11.: 60	16.: 300	21.: 0,2	26.: 0,1
2.: 12	7.: 19	12.: 20	17.: 70	22.: 0,7	27.: 0,4
3.: 13	8.: 8	13.: 40	18.: 120	23.: 1,6	28.: 1,7
4.: 15	9.: 11	14.: 50	19.: 140	24.: 0,6	29.: 1,1
5.: 18	10.: 16	15.: 100	20.: 8000	25.: 0,03	30.: 0,009
31.: $\frac{7}{8}$	36.: $3\frac{1}{3}$	41.: 30	46.: 64	51.: 2	56.: 30
32.: $2\frac{1}{2}$	37.: $1\frac{1}{7}$	42.: 36	47.: 600	52.: 0,28	57.: 36
33.: $1\frac{2}{3}$	38.: $2\frac{2}{3}$	43.: 70	48.: 6	53.: 0,75	58.: 105
34.: $1\frac{3}{7}$	39.: $2\frac{1}{4}$	44.: 55	49.: 1,6	54.: 0,03	59.: 110
35.: $1\frac{1}{5}$	40.: $2\frac{3}{4}$	45.: 36	50.: 9	55.: 165	60.: 630
61.: $2\sqrt{5}$	66.: $5\sqrt{10}$	71.: $4\sqrt{3}$	76.: $8\sqrt{2}$	81.: $3\sqrt{3}$	86.: $2\sqrt{3}$
62.: $2\sqrt{7}$	67.: $10\sqrt{2}$	72.: $4\sqrt{2}$	77.: $9\sqrt{2}$	82.: $6\sqrt{5}$	87.: $2\sqrt{11}$
63.: $2\sqrt{10}$	68.: $10\sqrt{3}$	73.: $6\sqrt{2}$	78.: $3\sqrt{5}$	83.: $10\sqrt{5}$	88.: $5\sqrt{7}$
64.: $5\sqrt{2}$	69.: $10\sqrt{10}$	74.: $6\sqrt{3}$	79.: $3\sqrt{7}$	84.: $5\sqrt{5}$	89.: $3\sqrt{10}$
65.: $5\sqrt{3}$	70.: $15\sqrt{2}$	75.: $7\sqrt{2}$	80.: $3\sqrt{10}$	85.: $3\sqrt{6}$	90.: $20\sqrt{3}$
91.: 1,7321	95.: 8,6023	99.: 23,8537	103.: 31,5595	107.: 38,73	
92.: 3,1623	96.: 9,9499	100.: 20,6155	104.: 78,74	108.: 185,472	
93.: 4,6904	97.: 14,6629	101.: 28,9137	105.: 91,104	109.: 331,66	
94.: 6,9282	98.: 11,8322	102.: 31,3209	106.: 77,46	110.: 7280,1	
111.: 1688,19	115.: 0,7746	119.: 2,12132	123.: 88	127.: 337	
112.: 0,43589	116.: 0,83666	120.: 3,25136	124.: 139	128.: 671	
113.: 0,68557	117.: 1,78326	121.: 0,303315	125.: 154	129.: 811	
114.: 0,17321	118.: 2,51595	122.: 48	126.: 231	130.: 225	
131.: 249	135.: 407	39.: 1	143.: 49	147.: 35	
132.: 309	136.: 506	140.: 20	144.: 24	148.: 6	
133.: 311	137.: 756	141.: 52	145.: 2	149.: 0	
134.: 360	138.: 18	142.: -20	146.: 2	150.: 10	
151.: $\frac{3}{2}$	155.: 0,41	59.: 4,26	162.: 5,59	165.: 10,19	
152.: 0	156.: 7,03	160.: 6,51	163.: 3,32	166.: 9,10	
153.: $\frac{9}{2}$	157.: 0,93	161.: 0,71	164.: 26,62		
154.: $\frac{1}{2}$	158.: -2,08				

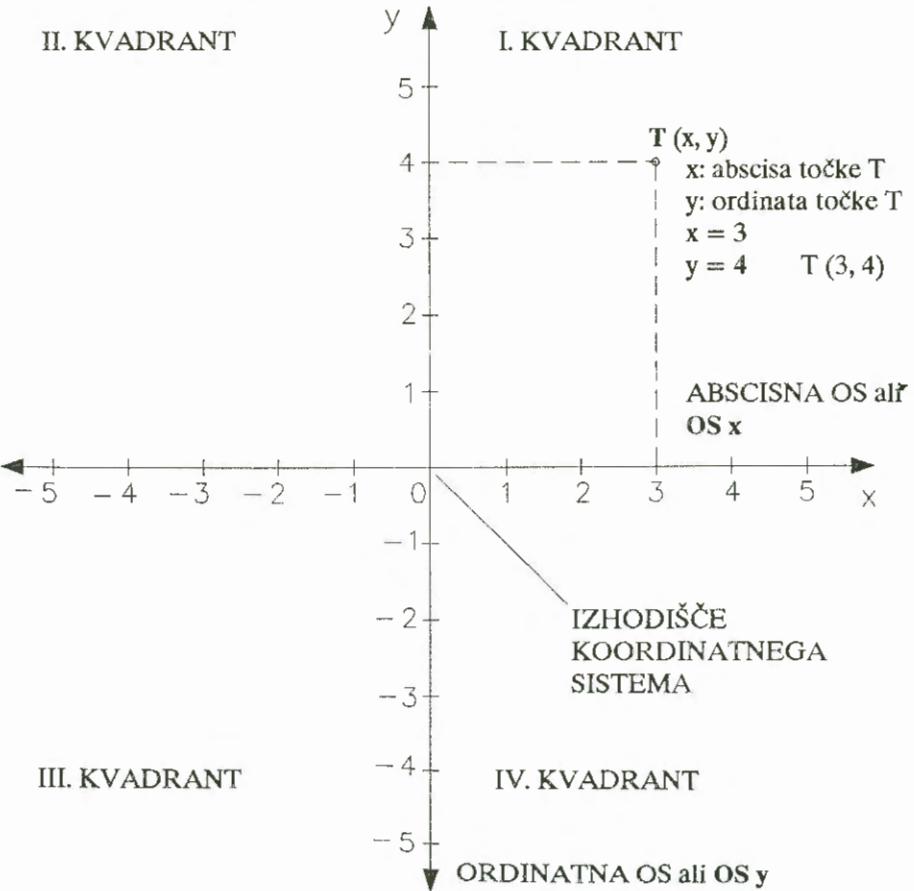
III.

ODNOSI MED SPREMENLJIVKAMI

KOORDINATNI SISTEM V RAVNNINI

Sestavlja ga dve med seboj pravokotni številski osi.

II. KVADRANT



III. KVADRANT



VI.

VEKTORJI

V vsakdanjem življenju se srečujemo z različnimi količinami, kot so: masa, čas, dolžina, prostornina, hitrost itd ...

Pri opisovanju nekaterih količin je dovolj, če povemo njihovo velikost:

- Npr.: – kupil je 2 litra soka,
- učil se je $\frac{3}{4}$ ure,
- od Nove Gorice do Ljubljane je 100 km.

Pri nekaterih količinah pa samo njihova velikost ni dovolj. Zanima nas tudi *smer*.

- Npr.: – mizo je premaknil za 3 m (Kam?);
- voziček je potiskal s silo 150 N (Kam?);
- tekel je s hitrostjo 25 km na uro (Kam?).

Količine, pri katerih je poleg njihove velikosti važna tudi njihova smer, imenujemo **VEKTORSKE KOLIČINE** ali na kratko **VEKTORJI**!

Vektorje ponazarjam z usmerjenimi daljicami (daljica je usmerjena, kadar ima določen vrstni red oglisč).

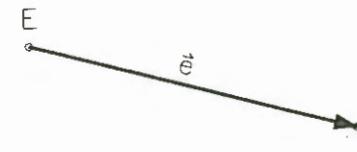


vektor \overrightarrow{AB} ; na kratko vektor \vec{a}
(ponazarja recimo premik iz kraja A v kraj B)



vektor \overrightarrow{DC} ; na kratko vektor \vec{c}
(premik iz kraja D v kraj C)

Premici AB in CD sta nosilki vektorjev.



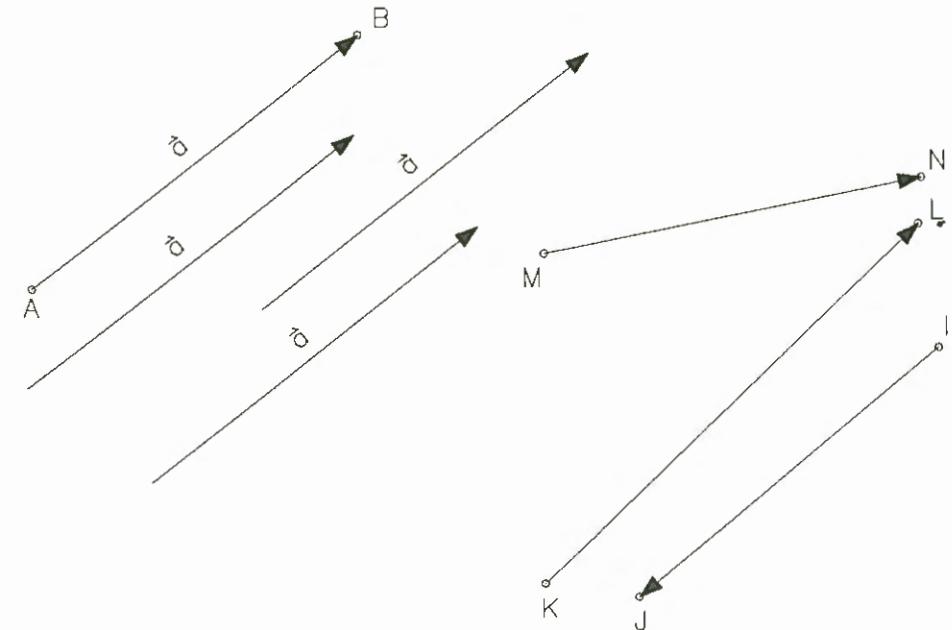
vektor $\overrightarrow{EF} = \vec{e}$

Točka E je ZAČETNA TOČKA VEKTORJA
Točka F je KONČNA TOČKA VEKTORJA

M
◦

vektor $\overrightarrow{MM} = \vec{0}$ (vektor nič)

Za usmerjene daljice, ki imajo enako dolžino in isto smer, pravimo, da predstavljajo isti vektor oziroma, da so predstavniki istega vektorja.



Vektorji \overrightarrow{MN} , \overrightarrow{KL} in \overrightarrow{IJ} niso predstavniki vektorja \overrightarrow{AB} .

25. Izračunaj obseg Lune, če je njen polmer povprečno 1739 km .
26. Povprečna razdalja med Zemljo in Luno je $3'84 \cdot 10^5\text{ km}$. Kolikšno pot opravi Luna, ko se enkrat zavrti okrog Zemlje?
27. Zemlja je od Sonca oddaljena povprečno $1'5 \cdot 10^8\text{ km}$. Kolikšno pot opravi Zemlja med vrtenjem okoli Sonca v enem letu?
28. Kraki elise (propelerja) so dolgi $1'5\text{ m}$. Kolikšno pot opravi vrh kraka v dveh urah, če se zavrti 450-krat na minuto?
29. Minutni kazalec budilke je dolg 7 cm . Kolikšno pot opravi njegov vrh v 2 urah in 15 minutah?
30. Na vaškem dvorišču se nahaja vodnjak. Vodo dvigajo z vrtenjem premera 40 cm . Kako globok je vodnjak, če se vreto zavrti 30-krat, preden vedro zadene dno?

Izračunaj polmere danih krogov v vajah 31 do 38:

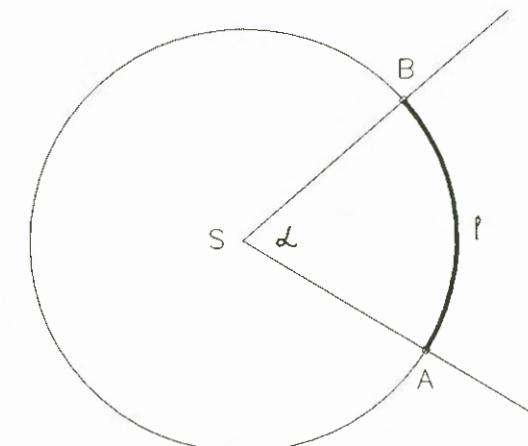
$$\begin{array}{llll} 31. o = 25,12\text{ cm} & 33. o = 47,1\text{ cm} & 35. o = 16\text{ dm} & 37. o = 345,4\text{ cm} \\ 32. o = 62,8\text{ dm} & 34. o = 219,8\text{ cm} & 36. o = 0,0628\text{ m} & 38. o = 1\text{ m} \end{array}$$

39. Kolikšen je polmer kolesa, ki se na 10 km dolgi poti zavrti 2000-krat?
40. Kolikokrat se zavrti kolo s polmerom 22 cm na $8\text{ km } 289\text{ m } 6\text{ cm}$ dolgi poti?
41. Kolo s polmerom 18 cm se na poti med dve ma krajema zavrti 480-krat. Kolikokrat se na isti poti zavrti kolo s polmerom 24 cm ?
42. Na višini 100 km nad zemeljskim ravnikom kroži satelit. Kolikšno pot opravi pri enem obhodu, če je polmer ravnika 6400 km ?
43. Nad ravnikom kroži satelit kot v prejšnji nalogi. Koliko nad Zemljo kroži, če napravi pri enem obratu okoli Zemlje 40506 km ?
44. Kvadratu z obsegom 1 m je včrtan krog. Izračunaj njegov obseg.
45. Krog, ki je včrtan kvadratu, ima obseg $188,4\text{ cm}$. Kolikšna je ploščina tega kvadrata?

REŠITVE:

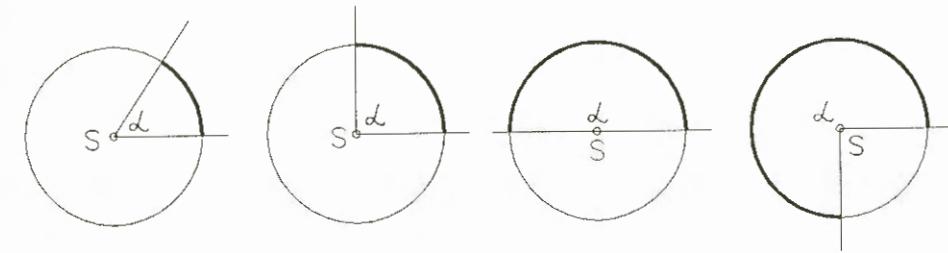
- | | | | | |
|---------------------------------|-------------------------------|------------------------|-------------------------|--------------------------------|
| 1.: $3,14\text{ m}$ | 6.: 942 cm | 11.: $172,7\text{ cm}$ | 16.: $26,376\text{ m}$ | 21.: $4\frac{2}{5}\text{ m}$ |
| 2.: $21,98\text{ dm}$ | 7.: $28,26\text{ dm}$ | 12.: $298,3\text{ mm}$ | 17.: 2 dm | 22.: 2 dm |
| 3.: $6,28\text{ m}$ | 8.: $5,024\text{ m}$ | 13.: $0,157\text{ m}$ | 18.: 9 m | 23.: $13\frac{3}{4}\text{ cm}$ |
| 4.: $43,96\text{ dm}$ | 9.: $7,85\text{ dm}$ | 14.: $14,13\text{ m}$ | 19.: 10 dm | 24.: $3\frac{1}{3}\text{ dm}$ |
| 5.: 471 cm | 10.: $4,396\text{ dm}$ | 15.: $0,314\text{ m}$ | 20.: 12 m | 25.: $10920,92\text{ km}$ |
| 26.: 2411520 km | 31.: 4 cm | 36.: $0,01\text{ m}$ | 41.: 360 | |
| 27.: $942 \cdot 10^6\text{ km}$ | 32.: 10 dm | 37.: 55 cm | 42.: 40820 km | |
| 28.: $508,68\text{ km}$ | 33.: $7,5\text{ cm}$ | 38.: $0,159\text{ m}$ | 43.: 50 km | |
| 29.: $98,91\text{ cm}$ | 34.: 35 dm | 39.: $0,796\text{ m}$ | 44.: $78,5\text{ cm}$ | |
| 30.: $37,68\text{ m}$ | 35.: $2\frac{6}{5}\text{ dm}$ | 40.: 6000 | 45.: 3600 cm^2 | |

2. DOLŽINA KROŽNEGA LOKA (I)



α ... središčni kot

l ... dolžina krožnega loka (označimo tudi \widehat{AB})



$\alpha = 60^\circ$	$\alpha = 90^\circ$	$\alpha = 180^\circ$	$\alpha = 270^\circ$
$1 = \frac{1}{6}\text{o}$	$1 = \frac{1}{4}\text{o}$	$1 = \frac{1}{2}\text{o}$	$1 = \frac{3}{4}\text{o}$
$1 = \frac{1}{6} \cdot 2\pi r$	$1 = \frac{1}{4} \cdot 2\pi r$	$1 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r$	$1 = \frac{3}{4} \cdot 2\pi r$
$1 = \frac{1}{3}\pi r$	$1 = \frac{1}{2}\pi r$	$1 = \pi r$	$1 = \frac{3}{2}\pi r$
$\underline{\underline{}}$	$\underline{\underline{}}$	$\underline{\underline{}}$	$\underline{\underline{}}$
$k = \frac{l}{\alpha}$	$k = \frac{l}{\alpha}$	$k = \frac{l}{\alpha}$	$k = \frac{l}{\alpha}$
$k = \frac{\pi r}{3 \cdot 60^\circ}$	$k = \frac{\pi r}{2 \cdot 90^\circ}$	$k = \frac{\pi r}{180^\circ}$	$k = \frac{3\pi r}{2 \cdot 270^\circ}$
$k = \frac{\pi r}{180^\circ}$	$k = \frac{\pi r}{180^\circ}$	$k = \frac{\pi r}{180^\circ}$	$k = \frac{\pi r}{180^\circ}$

$$l = k \cdot \alpha$$

$$l = \frac{\pi r}{180^\circ} \cdot \alpha$$

Dolžina krožnega loka je pomorazmerna velikosti pripadajočega središčnega kota:

$$l = k \cdot \alpha \quad k = \frac{l}{\alpha}$$

7. ZMNOŽEK VSOTE IN RAZLIKE DVEH ENOČLENIKOV

Izračunajmo zmnožke:

$$\begin{aligned}(x+y)(x-y) &= x^2 + xy - xy - y^2 = x^2 - y^2 \\(x+3)(x-3) &= x^2 - 3x + 3x - 9 = x^2 - 9 \\(7+y)(7-y) &= 49 - 7y + 7y - y^2 = 49 - y^2 \\(2x+5y)(2x-5y) &= 4x^2 - 10xy + 10xy - 25y^2 = 4x^2 - 25y^2\end{aligned}$$

Iz primerov vidimo:

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

ZMNOŽEK VSOTE IN RAZLIKE DVEH ENOČLENIKOV JE ENAK RAZLIKI NJUNIH KVADRATOV.

VAJE

Preoblikuj zmnožek v razliko kvadratov:

1. $(2+a)(2-a)$	6. $(a+2)(a-2)$	11. $(3a+b)(3a-b)$
2. $(b+5)(b-5)$	7. $(5+b)(5-b)$	12. $(2x+3y)(2x-3y)$
3. $(6+c)(6-c)$	8. $(c-6)(c+6)$	13. $(3m+5n)(3m-5n)$
4. $(m-3)(m+3)$	9. $(3-m)(m+3)$	14. $(4x+7y)(4x-7y)$
5. $(n-10)(n+10)$	10. $(10+n)(10-n)$	15. $(5p-2r)(5p+2r)$

$$\begin{aligned}16. (ax+b)(ax-b) &\quad \clubsuit 18. \left(\frac{2}{5}a-5ab\right)\left(\frac{2}{5}a+5ab\right) \quad \clubsuit 20. (a^3+b^2)(a^3-b^2) \\17. (5mn+1)(5mn-1) &\quad \clubsuit 19. (x^2+y)(x^2-y)\end{aligned}$$

Sedaj pa naloga v nasprotni smeri:

$$(a+b)(a-b) = \begin{array}{c} \text{preoblikuj v razliko} \\[-1ex] \overrightarrow{} \\[-1ex] \text{preoblikuj v zmnožek} \end{array} = a^2 - b^2$$

PRIMER

$$\begin{aligned}x^2 - 64 &= (x+8)(x-8) \\121 - y^2 &= (11+y)(11-y) \\9a^2 - 4 &= (3a+2)(3a-2)\end{aligned}$$

Preoblikuj dane razlike v zmnožke:

$$\begin{array}{lll}21. y^2 - z^2 & 24. e^2 - 0,25 & 27. 36 - 25y^2 \\22. m^2 - n^2 & 25. d^2 - \frac{1}{9} & 28. 81a^2 - 1 \\23. a^2 - 49 & 26. 4x^2 - 16 & 30. \frac{4}{25}a^2b^2 - \frac{16}{81}\end{array}$$

Poenostavi dane izraze:

$$\begin{array}{ll}31. (x+1)(x-1) + (x-1)^2 - x(x-4) & 34. (1-c)^2 + (3+c)(3-c) - 3(1-c)^2 \\32. (1-2a)^2 - (a-3)^2 + (-2a-3)^2 & \clubsuit 35. y^2 + 3 - ((1-y)(1+y) + (y-5)^2) \\33. (a-b)^2 - 2a(3a+4b) - (a-b)(a+b) & \clubsuit 36. a^2b(ab^2-3) - 2ab(ab+3)^2 + b^2(a^2+1)\end{array}$$

$$\begin{array}{l}37. (x+y)^2 - 2xy - x^2 - y^2 \\ \clubsuit 38. (4x-y)^2 - (4x+y)^2 + (-5xy) \\ \clubsuit 39. (a+2b)^2 - (a-2b)^2 + (a-3b)(a+3b) + (2a+3b)^2 \\ \clubsuit 40. (4x^2 - \frac{1}{4})^2 - (3x+1)^2 + \frac{15}{16} \\ \clubsuit 41. 3a(a+b) - (2a-b-(a-3b))^2 + (a-b)^2\end{array}$$

Poenostavi dane izraze in izračunaj njihovo vrednost za dane vrednosti spremenljivk:

$$\begin{array}{ll}42. (5x^2 - 3x + 4) - 2(x-1) + (-5x^2 + 4x - 3) & \text{za } x = 5 \\43. 2a(a-1) - (a^2 - 4) + a(5-a) & \text{za } a = -2 \\44. 2a^2(a-3b) - (a^3 - 2a^2b) & \text{za } a = -1; b = \frac{1}{2} \\45. (x-2y)(x+2y) - x(x+2y) + y(2x+4y) & \text{za } x = \frac{1}{3}; y = -\frac{2}{5} \\46. (2m-1)^2 - 4m(m+1) - (3m-5) - 9 & \text{za } m = -\frac{5}{11} \\47. (x+1)(x-1) + (x-1)^2 - x(x-4) & \text{za } x = -\frac{1}{2} \\48. (a+2b)^2 - (a-3b-(a-b))^2 + (2a-b)^2 & \text{za } a = \frac{1}{5}; b = 1 \\49. (a-b)^2 + (3a-b)(3a+b) & \text{za } a = \frac{1}{2}; b = -2 \\50. (y+3)(3y-1) + (y+2)^2 - (-2y)^2 & \text{za } y = 0,5 \\51. (2x+y)(2x-y) + (2x+y)^2 & \text{za } x = \frac{1}{2}; y = -\frac{1}{4}\end{array}$$

2. PITAGOREJSKE TROJICE

5	4	3	257	255	32	493	475	132	757	595	468
13	12	5	265	264	23	505	377	336	761	760	39
17	15	8	265	247	96	505	456	217	769	600	481
25	24	7	269	260	69	509	459	220	773	748	195
29	21	20	277	252	115	521	440	279	785	736	273
37	35	12	281	231	160	533	435	308	785	783	56
41	40	9	289	240	161	533	525	92	793	665	432
53	45	28	293	285	68	541	420	341	793	775	168
61	60	11	305	273	136	545	544	33	797	572	555
65	56	33	305	224	207	545	513	184	809	759	280
65	63	16	313	312	25	557	532	165	821	700	429
73	55	48	317	308	75	565	403	396	829	629	540
85	77	36	325	253	204	565	493	276	841	840	41
85	84	13	325	323	36	569	520	231	845	837	116
89	80	39	337	288	175	577	575	48	845	836	123
97	72	65	349	299	180	593	465	368	853	828	205
			353	272	225	601	551	240	857	825	232
101	99	20	365	357	76	613	612	35	865	816	287
109	91	60	365	364	27	617	608	105	865	703	504
113	112	15	373	275	252	625	527	336	877	805	348
125	117	44	377	345	152	629	621	100	881	800	369
137	105	88	377	352	135	629	460	429	901	780	451
145	144	17	389	340	189	641	609	200	901	899	60
145	143	24	397	325	228	653	572	315	905	777	464
149	140	51	401	399	40	661	589	300	905	663	616
157	132	85	409	391	120	673	552	385	925	756	533
169	120	119	421	420	29	677	675	52	925	924	43
173	165	52	425	304	297	685	684	37	929	920	129
181	180	19	425	416	87	685	667	156	937	912	215
185	153	104	433	408	145	689	561	400	941	741	580
185	176	57	445	437	84	689	680	111	949	900	301
193	168	95	445	396	203	697	672	185	949	851	420
197	195	28	449	351	280	697	528	455	953	728	615
205	156	133	457	425	168	701	651	260	965	957	124
205	187	84	461	380	261	709	660	259	965	884	387
221	220	21	481	480	31	725	644	333	977	945	248
221	171	140	481	319	360	725	627	364	985	697	696
229	221	60	485	476	93	733	725	108	985	864	473
233	208	105	485	483	44	745	713	216			
241	209	120	493	468	155	745	624	407			

3. KVADRATI, KUBI, KVADRATNI IN KUBIČNI KORENI NARAVNIH ŠTEVIL OD 1 DO 1000

n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$	n	n^2	n^3	\sqrt{n}	$\sqrt[3]{n}$
1	1	1	1,0000	1,0000	51	2 601	132 651	7,1414	3,7084
2	4	8	1,4142	1,2599	52	2 704	140 608	7,2111	3,7325
3	9	27	1,7321	1,4422	53	2 809	148 877	7,2801	3,7563
4	16	64	2,0000	1,5874	54	2 916	157 464	7,3485	3,7798
5	25	125	2,2361	1,7100	55	3 025	166 375	7,4162	3,8030
6	36	216	2,4495	1,8171	56	3 136	175 616	7,4833	3,8259
7	49	343	2,6458	1,9129	57	3 249	185 193	7,5498	3,8485
8	64	512	2,8284	2,0000	58	3 364	195 112	7,6158	3,8709
9	81	729	3,0000	2,0801	59	3 481	205 379	7,6811	3,8930
10	100	1 000	3,1623	2,1544	60	3 600	216 000	7,7460	3,9149
21	441	9 261	4,5826	2,7589	71	5 041	357 911	8,4261	4,1408
22	484	10 648	4,6904	2,8020	72	5 184	373 248	8,4853	4,1602
23	529	12 167	4,7958	2,8439	73	5 329	389 017	8,5440	4,1793
24	576	13 824	4,8990	2,8845	74	5 476	405 224	8,6023	4,1983
25	625	15 625	5,0000	2,9240	75	5 625	421 875	8,6603	4,2172
26	676	17 576	5,0990	2,9625	76	5 776	438 976	8,7178	4,2358
27	729	19 683	5,1962	3,0000	77	5 929	456 533	8,7750	4,2543
28	784	21 952	5,2915	3,0366	78	6 084	474 552	8,8318	4,2727
29	841	24 389	5,3852	3,0723	79	6 241	493 039	8,8882	4,2908
30	900	27 000	5,4772	3,1072	80	6 400	512 000	8,9443	4,3089
31	961	29 791	5,5678	3,1414	81	6 561	531 441	9,0000	4,3267
32	1 024	32 768	5,6569	3,1748	82	6 724	551 368	9,0554	4,3445
33	1 089	35 937	5,7446	3,2075	83	6 889	571 787	9,1104	4,3621
34	1 156	39 304	5,8310	3,2396	84	7 056	592 704	9,1652	4,3795
35	1 225	42 875	5,9161	3,2711	85	7 225	614 125	9,2195	4,3968
36	1 296	46 656	6,0000	3,3019	86	7 396	636 056	9,2736	4,4140
37	1 369	50 653	6,0828	3,3322	87	7 569	658 503	9,3274	4,4310
38	1 444	54 872	6,1644	3,3620	88	7 744	681 472	9,3808	4,4480
39	1 521	59 319	6,2450	3,3912	89	7 921	704 969	9,4340	4,4647
40	1 600	64 000	6,3246	3,4200	90	8 100	729 000	9,4868	4,4814
41	1 681	68 921	6,4031	3,4482	91	8 281	753 571	9,5394	4,4979
42	1 764	74 088	6,4807	3,4760	92	8 464	778 688	9,5917	4,5144
43	1 849	79 507	6,5574	3,5034	93	8 649	804 357	9,6437	4,5307
44	1 936	85 184	6,6332	3,5303	94	8 836	830 584	9,6954	4,5468
45	2 025	91 125	6,7082	3,5569	95	9 025	857 375	9,7468	4,5629
46	2 116	97 336	6,7823	3,5830	96	9 216	884 736	9,7980	4,5789
47	2 209	103 823	6,8557	3,6088	97	9 409	912 673	9,8489	4,5947
48	2 304	110 592	6,9282	3,6342	98	9 604	941 192	9,8995	4,6104
49	2 401	117 649	7,0000	3,6593	99	9 801	970 299	9,9499	4,6261
50	2 500	125 000	7,0711	3,6840	100	10 000	1 000 000	10,0000	4,6416