

SVET MATEMATIKE

Maks Rutar

**PRIROČNIK
IN
VAJE IZ MATEMATIKE
ZA
7. RAZRED
DEVETLETNE OSNOVNE ŠOLE**



V priročniku smo delno uporabili vaje iz rokopisa

Matematični orehi avtorice Stanke Grum

Recenzenti: prof. dr. Lidija Zadnik – Stirn, Karmen Kete, Simon Kravanja, Anton Perat

Jezikovni pregled: Marta Pavlin

Izdalo in založilo: Založništvo JUTRO, © Jutro d.o.o., Ljubljana

1. natis za 7. razred devetletne osnovne šole, 2003

(pred tem sedem natisov za 6. razred osemletne osnovne šole)

Literatura:

F. Galič, N. Kotnik, F. Oblak, I. Pucelj, F. Savnik, T. Uran: MATEMATIKA ZA 6. RAZRED OSNOVNE ŠOLE, DZS, Ljubljana 1986 • Leksikoni CZ: Matematika, Cankarjeva založba 1980 • L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ARITMETICA, Le Monnier, Firenze 1990 • L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ALGEBRA, Le Monnier, Firenze 1990 • G. Cammelli: NUMERI UTILI, Signorelli, Milano 1987 • S. Grum: Matematični orehi za 6. razred osnovne šole, rokopis

Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje je dne 19. 12. 2002 s sklepom 613-393/02 potrdil knjigo »SVET MATEMATIKE, PRIROČNIK IN VAJE IZ MATEMATIKE ZA 7. RAZRED DEVETLETNE OSNOVNE ŠOLE« kot učno sredstvo za pouk matematike v 7. razredu devetletnega osnovnošolskega izobraževanja.

CIP – kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

51(075.2)(035)
51(075.2)(076.1)

Rutar, Maks

Svet matematike. Priročnik in vaje iz matematike za 7. razred devetletne osnovne šole /
Maks Rutar. – Ljubljana : Jutro, 2003

ISBN 961-6006-16-9
39840768

Naročila:

JUTRO d.o.o., Črnuška c. 3, p.p. 4986, 1001 Ljubljana

Tel. (01) 561-72-30, 041 698-788, 031 521-195 • faks (01) 561-72-35

E-pošta: JUTRO@SIOL.NET • Knjigarna na internetu: WWW.JUTRO.SI

PREDGOVOR

Avtor je priročnik zasnoval na temelju izkušenj iz dolgoletnega poučevanja matematike ter spoznanja, da tako učenci kot učitelji potrebujejo tovrstne knjige.

Poleg tega je želel dokazati:

- da matematika ni le dolgočasen učni predmet;
- da je potrebna in koristna tudi pri drugih predmetih in na področju tehnike;
- da se je lahko s prizadevnim delom vsakdo nauči toliko, kot je potrebno.

Vrstni red poglavij je avtor izbral na temelju lastnih izkušenj pri podajanju predpisane snovi. Priročnik je napisan matematično korektno, dovolj natančno in enopomensko. S psihološko razvojnega vidika učenca 7. razreda je priročnik primeren, saj so uporabljene preproste, kratke razlage, ni odvečnih tujk in predolgih povedi.

Mnogi uvodni primeri in naloge se naslanjajo na običajne situacije in izkušnje velike večine učencev. Priročnik je zato zanimiv in izviren. Uvodnim delom sledijo številne vaje, ki so razvrščene od lažjih (neoznačenih) k težjim (označene z ) in še težjim (označene z ). Številne rešitve so podprte s potrebnimi izpeljavami oziroma prikazom reševalne poti.



– težje vaje



– še težje vaje



– oznaka za začetek,



– oznaka za konec snovi, ki presega učni načrt matematike za 7. razred

Nasvet: pri načrtovalnih nalogah lahko svojo rešitev preverite tako, da jo prerišete na prozoren papir ter jo položite na rešitev v knjigi.

Opomba: pri računanju obsegov in ploščin likov se dobljeni rezultati lahko malenkostno razlikujejo od rešitev v knjigi zaradi razlik pri merjenju.

KAZALO

DELJIVOST NARAVNIH ŠTEVIL	7
Sestavljena števila, praštevila	7
Razcep naravnega števila na prafaktorje	12
Pravila za deljivost naravnih števil	16
Skupni delitelj števil, največji skupni delitelj, tuja si števila	25
Skupni večkratniki, najmanjši skupni večkratnik števil	30
Računanje $D(a, b)$ in $v(a, b)$ z razcepom na prafaktorje	35
ULOMKI	40
Ponovitev	40
Razširjanje ulomkov na skupni imenovalac	42
Primerjanje ulomkov po velikosti	46
Seštevanje ulomkov	57
Lastnosti seštevanja	63
Odštevanje ulomkov	67
Množenje ulomkov	75
Množenje ulomka z naravnim številom	75
Množenje ulomka z ulomkom	79
Lastnosti množenja ulomkov	83
Obratna si ulomka	88
Deljenje ulomkov	92
Desetiški ulomki	99
DECIMALNE ŠTEVILKE	106
Decimalni zapis desetiških ulomkov	106
Seštevanje in odštevanje decimalnih števil	112
Zaokroževanje števil	117
Množenje in deljenje decimalnih števil z desetiškimi enotami	119
Množenje decimalnih števil	123
Deljenje decimalnih števil	127
Deljenje decimalnega števila z naravnim številom	127
Deljenje decimalnega števila z decimalnim številom	129
Decimalni zapis nedesetiških ulomkov	131
ODSTOTKI	133
O RAZDALJAH	142

PRESLIKAVE	155
Zrcaljenje čez premico	155
Osna somernost	165
Simetrala daljice	170
Simetrala kota	178
Načrtovanje kotov s šestilom in ravnilom	185
Zrcaljenje čez točko	190
Središčna somernost	201
Izmenični koti	206
TRIKOTNIK	211
Načrtovanje trikotnika	211
Višine trikotnika	219
Težišče trikotnika	228
Središče trikotniku očrtanega kroga	231
Središče trikotniku včrtanega kroga	234
Posebneži med trikotniki	237
Pravokotni trikotnik	237
Enakokraki trikotnik	241
Enakostranični trikotnik	247
ŠTIRIKOTNIK	251
Načrtovanje štirikotnikov	252
Vrste štirikotnikov	256
Trapez	256
Posebni trapezi	262
Enakokraki trapez	262
Paralelogram	266
Posebni paralelogrami	274
Pravokotnik	274
Romb	277
Kvadrat	283
Deltoid	287
OBSEGI IN PLOŠČINE VEČKOTNIKOV	292
Obseg in ploščina paralelograma	299
Obseg in ploščina trapeza	303
Obseg in ploščina deltoida	307
Obseg in ploščina trikotnika	314
Obseg in ploščina pravokotnega trikotnika	318
TABELE	327
Praštevila manjša od 10000	327
Razcep naravnih števil do 1000 na prafaktorje	330

DELJIVOST NARAVNIH ŠTEVIL

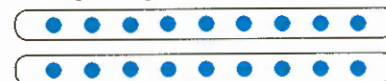
SESTAVLJENA ŠTEVILA, PRAŠTEVILA

Med počitnicami je odšlo na taborjenje v hribe 18 otrok. Vodil jih je izkušen tabornik Janez.

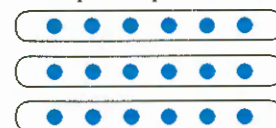
Ko so prišli do mesta za taborjenje, je bilo potrebno marsikaj postoriti. Zato se je Janez odločil, da bo otroke razdelil na številčno enake skupine, od katerih bo vsaka opravljala določena dela.

Janez je ugotovil, da lahko ustanovi:

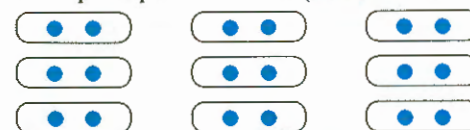
2 skupini s po 9 člani ($18 : 2 = 9$, ker je $2 \cdot 9 = 18$),



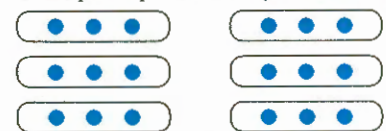
3 skupine s po 6 člani ($18 : 3 = 6$, ker je $3 \cdot 6 = 18$),



9 skupin s po 2 članoma ($18 : 9 = 2$, ker je $9 \cdot 2 = 18$),



6 skupin s po 3 člani ($18 : 6 = 3$, ker je $6 \cdot 3 = 18$),



1 skupino z 18 člani ($18 : 1 = 18$, ker je $1 \cdot 18 = 18$) in

18 skupin s po 1 članom ($18 : 18 = 1$, ker je $18 \cdot 1 = 18$).

Števila 1, 2, 3, 6, 9, 18 imenujemo **delitelji** števila 18. Zberemo jih v **množico deliteljev**:

$$D_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

Janez je razmišljal, da bi se tudi sam priključil delu po skupinah. "V takem primeru bi nas bilo 19," si je rekel. "Koliko številčno enakih skupin lahko ustanovim?"

1 skupino z 19 člani ($19 : 1 = 19$) in

19 skupin z enim članom ($19 : 19 = 1$).

Število 19 ima samo dva delitelja (deljivo je samo z 1 in samo s sabo).

$$D_{19} = \{1, 19\}$$

Naravna števila, ki so deljiva samo s številom 1 in sama s sabo, imenujemo **praštevila**. Naravna števila, ki imajo več kot dva delitelja, pa imenujemo **sestavljena števila**.

Število 1 ni niti sestavljeno število niti praštevilo.

Praštevila so raziskovali že v stari Grčiji.

1. Koliko je praštevil?

2. Kako ugotoviti, ali je dano naravno število praštevilo?

To so bila pogosta vprašanja, ki so si jih zastavljali matematiki tiste dobe.

Odgovor na 1. vprašanje je dal grški matematik **Evklid** (300 let pred n. št.): **praštevil je nešteto!**

Natančnega odgovora na drugo vprašanje pa še ni. Grški matematik **Eratosten** (rojen leta 284 pred n. št.) je odkril, kako lahko poiščemo vsa praštevila, manjša od izbranega naravnega števila. Ta postopek se po njem imenuje **Eratostenovo rešeto**.

Poiščimo s pomočjo Eratostenovega rešeta vsa praštevila, manjša od 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. V tabeli prečrtamo število 1, ker ni praštevilo.
2. Število 2 pustimo in prečrtamo vse naslednje večkratnike števila 2 (niso praštevila, ker so deljivi z 2).
3. Število 3 pustimo in prečrtamo vse naslednje večkratnike števila 3 (nekateri so že prečrtani, ker so tudi večkratniki števila 2).
4. Večkratnike števila 4 smo že prečrtali, ko smo prečrtali večkratnike števila 2.
5. Število 5 pustimo in prečrtamo vse naslednje večkratnike števila 5 (nekateri so že prečrtani).
6. Večkratniki števila 6 so že prečrtani (zakaj?).
7. Število 7 pustimo in prečrtamo vse preostale večkratnike števila 7 (kateri so že prečrtani?).
8. Ali je potrebno prečrtati večkratnike števil 8, 9, 10, ...?
9. Števila, ki so ostala neprečrtana, so praštevila manjša od 100. Koliko jih je?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Razpredelnica prikazuje, koliko je praštevil od 1 do 1000 (opaziš lahko, da praštevila niso enakomerno razporejena). Na zadnjih straneh knjige pa je tabela praštevil med 1 in 10000.

OD_DO_	od 1 do 100	od 100 do 200	od 200 do 300	od 300 do 400	od 400 do 500	od 500 do 600	od 600 do 700	od 700 do 800	od 800 do 900	od 900 do 1000
JE_PRAŠTEVIL	25	21	16	16	17	14	16	14	15	14

VAJE

1. Zapiši množico deliteljev naslednjih števil:

- a) 8 č) 20 f) 29 i) 41 l) 59 n) 72
b) 10 d) 25 g) 30 j) 45 m) 60 o) 100
c) 12 e) 27 h) 33 k) 54

Katera od teh števil so praštevila?

2. Zapiši množice D_{16} , D_{21} , D_{23} , D_{28} , D_{32} , D_{48} , D_{70} in D_{88} .

3. Katera od števil 5, 8, 0, 13, 16, 1, 20 niso niti praštevila niti sestavljena števila?

4. Poizkusi brez uporabe tabel zapisati pet praštevil

a) a; $100 < a < 150$

b) b; $300 > b > 200$

5. Zapiši pet sestavljenih števil

a) u ; $150 < u < 200$

b) v ; $1020 > v > 1000$

6. Pri uri telesne vzgoje je 36 učencev. Tekmujejo v skupinskih igrah. Koliko številčno enakih skupin lahko sestavijo?

7. Nobeno praštevilo ni sodo število. Kaj meniš o tej izjavi?

8. Vsa liha števila so praštevila. Ali je ta izjava pravilna?

9. Vsa praštevila so liha. Ali je to res?

10. Praštevila so naravna števila, ki nimajo deliteljev. Ali je v tej izjavi kaj narobe?

11. Praštevil je nešteto. Koliko je sestavljenih števil? Ali veš, katero je največje?

12. Sestavljeno število je naravno število, ki ima vsaj tri delitelje. Ali je ta izjava pravilna?

13. Dane so množice

$A = \{x; x \text{ je praštevilo, manjše od } 50\}$,

$B = \{y; y \text{ je sodo število, manjše od } 50\}$ in

$C = \{z; z \text{ je liho število, manjše od } 50\}$.

Zapiši množice:

a) $A \cap B$

č) $B \cap C$

e) $B \cup C$

b) $A \cap C$

d) $A \cap B \cap C$

f) $A \cup B \cup C$

14. Praštevili (17 in 19), katerih razlika je enaka 2, lahko imenujmo "dvojčka". Poišči najmanj 10 primerov dvojčkov.

15. S pomočjo Eratostenovega rešeta poišči praštevila med 100 in 200.

REŠITVE

$$1.: D_8 = \{1, 2, 4, 8\}$$

$$D_{10} = \{1, 2, 5, 10\}$$

$$D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

$$D_{20} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$$

$$D_{33} = \{1, 3, 11, 33\}$$

$$D_{41} = \{1, 41\}$$

$$D_{45} = \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}$$

$$D_{54} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54\}$$

$$D_{25} = \{1, 5, 25\}$$

$$D_{27} = \{1, 3, 9, 27\}$$

$$D_{29} = \{1, 29\}$$

$$D_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$$

$$D_{59} = \{1, 59\}$$

$$D_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$$

$$D_{72} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}$$

$$D_{100} = \{1, 2, 4, 5, 10, 20, 25, 50, 100\}$$

$$2.: D_{16} = \{1, 2, 4, 8, 16\}$$

$$D_{21} = \{1, 3, 7, 21\}$$

$$D_{23} = \{1, 23\}$$

$$D_{28} = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$$

$$D_{32} = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$$

$$D_{48} = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$D_{70} = \{1, 2, 5, 7, 10, 14, 35, 70\}$$

$$D_{88} = \{1, 2, 4, 8, 11, 22, 44, 88\}$$

3.: Števili 0 in 1.

4.: Rešitev poišči na koncu knjige.

5.: Rešitev poišči na koncu knjige.

6.: 2 skupini z 18 učenci;

3 skupine z 12 učenci;

4 skupine z 9 učenci;

6 skupin s 6 učenci.

Sestavijo lahko 8 številčno enakih skupin.

18 skupin z 2 učenci;

12 skupin s 3 učenci;

9 skupin s 4 učenci;

1 skupino s 36 učenci;

7.: Nepravilna. 2 je praštevilo in sodo število, to je edina izjema.

8.: Nepravilna (na primer število 15).

9.: Ne. (7. naloga!)

10.: Da. So števila, ki imajo natanko 2 delitelja.

11.: Nešteto. Ne.

12.: Da.

$$13.: A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

$$B = \{2, 4, 6, \dots, 48\}$$

$$C = \{1, 3, 5, \dots, 49\}$$

$$A \cap B = \{2\}$$

$$A \cap C = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47\}$$

$$B \cap C = \{ \}$$

$$A \cap B \cap C = \{ \}$$

$$B \cup C = \{1, 2, 3, 4, \dots, 49\}$$

$$A \cup B \cup C = \{1, 2, 3, 4, \dots, 49\}$$

$$14.: 3; 5$$

$$5; 7$$

$$11; 13$$

$$29; 31$$

$$41; 43$$

$$59; 61$$

$$71; 73$$

$$101; 103$$

$$107; 109$$

$$137; 139$$

15.: Rešitev poišči na koncu knjige.

RAZCEP NARAVNEGA ŠTEVILA NA PRAFAKTORJE

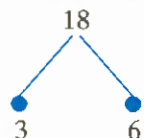
Vsako sestavljeno naravno število lahko zapišemo kot zmnožek dveh ali več faktorjev, od katerih nobeden ni enak 1. Pravimo, da smo število **razcepili** na faktorje.

PRIMER 1

$$18 = 3 \cdot 6$$

$17 = \dots$ (17 ni sestavljeno število, zato je edina možnost $17 = 17 \cdot 1$, ki pa smo jo izključili.)

Razcep lahko prikažemo tudi tako:

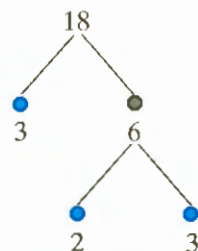


Z razcepom nadaljujemo, saj je v zmnožku $(3 \cdot 6)$ eden od faktorjev sestavljeno število. Tega pa lahko razcepimo.

$$18 = 3 \cdot (2 \cdot 3)$$

(Oklepaj ni potreben. Zakaj?)

$$18 = 3 \cdot 2 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$$

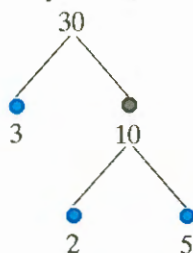


Vsi faktorji razcepa so praštevila. Pravimo, da smo število razcepili na prafaktorje.

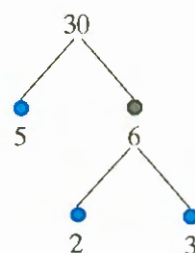
V večini primerov lahko dano število razcepimo na prafaktorje na več načinov. Končni razcep pa ni odvisen od načina razcepa:

PRIMER 2

Razcepimo na prafaktorje število 30.



$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

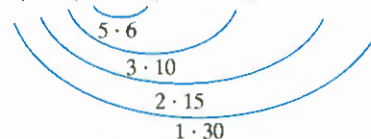


O uporabnosti razcepa na prafaktorje omenimo zaenkrat to, da z njegovo pomočjo lahko poiščemo delitelje danega števila.

Delitelji števila 30 so:

$$1, 2, 3, 5, (2 \cdot 3), (2 \cdot 5), (3 \cdot 5), (2 \cdot 3 \cdot 5)$$

$$1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$$



Pa še to:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$30 : 2 = 3 \cdot 5$$

$$30 : 3 = 2 \cdot 5$$

$$30 : 5 = 2 \cdot 3$$

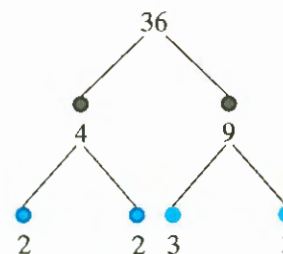
$$30 : (2 \cdot 3) = 5$$

$$30 : (3 \cdot 5) = 2$$

$$30 : (2 \cdot 5) = 3$$

PRIMER 3

Poiščimo delitelje števila 36.

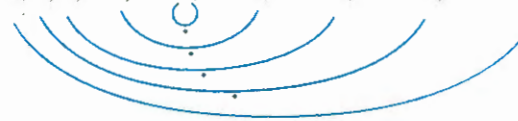


$$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$$

Delitelji so:

$$1, 2, 3, (2 \cdot 2), (2 \cdot 3), (3 \cdot 3), (2 \cdot 2 \cdot 3), (2 \cdot 3 \cdot 3), (2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3)$$

$$1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36$$



VAJE

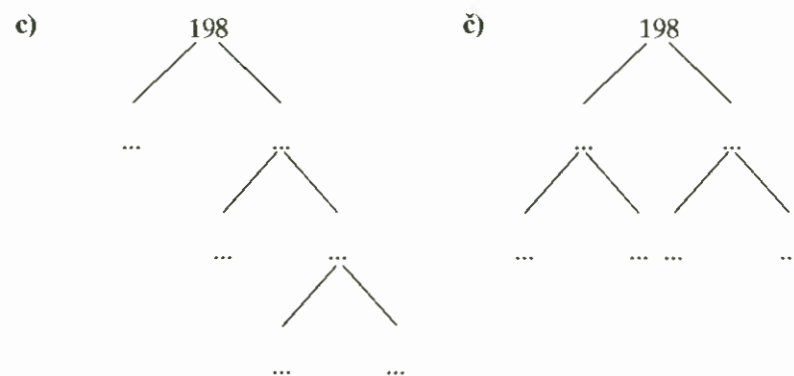
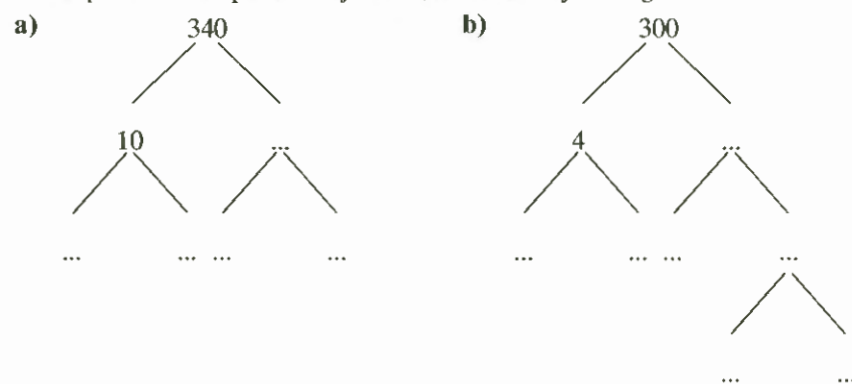
1. Razcepi na prafaktorje števila:

- a) 16 č) 32 f) 60 i) 81
 b) 24 d) 48 g) 66 j) 100
 c) 27 e) 56 h) 72 k) 120

2. Vpiši manjkajoče prafaktorje.

- a) $45 = 3 \cdot 3 \cdot \square$ č) $110 = \square \cdot 5 \cdot \square$
 b) $39 = 3 \cdot \square$ d) $75 = \square \cdot 5 \cdot \square$
 c) $54 = 2 \cdot \square \cdot \square$ e) $64 = 2 \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square \cdot \square$

3. Razcepi števila na prafaktorje tako, kot nakazuje naloga.



4. S pomočjo razcepa na prafaktorje poišči vse delitelje števila 200.

5. Prepričaj se, da je $660 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$ in brez pomožnih računov izračunaj (poglej primer 2 na strani 13):

- $660 : 4 = \dots$ $660 : 15 = \dots$
 $660 : 3 = \dots$ $660 : 20 = \dots$
 $660 : 5 = \dots$ $660 : 12 = \dots$
 $660 : 11 = \dots$ $660 : 55 = \dots$
 $660 : 33 = \dots$ $660 : 44 = \dots$

6. Na pamet izračunaj količnike, če je $594 = 2 \cdot 3^3 \cdot 11$.

$$\begin{array}{llll} 594 : 2 = \dots & 594 : 99 = \dots & 594 : 11 = \dots & 594 : (3^3 \cdot 11) = \dots \\ 594 : 27 = \dots & 594 : 54 = \dots & 594 : 22 = \dots & 594 : 33 = \dots \end{array}$$

7. Na neki šoli je 105 učencev. Na koliko načinov se lahko razporedijo v vrste tako, da jih bo v vsaki vrsti enako število?

8. Vsota dveh števil je 16, njun zmnožek pa 48. Za kateri števili to velja? Navodilo: razcepi število 48 in poišči tista dva faktorja, katerih vsota je 16.

9. Zmnožek dveh števil je 216, njuna vsota pa 35. Poišči ti dve števili.

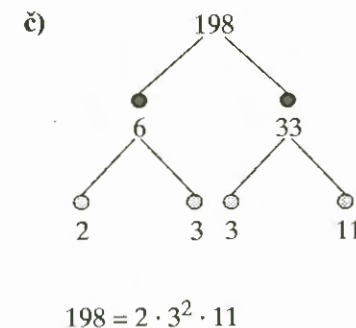
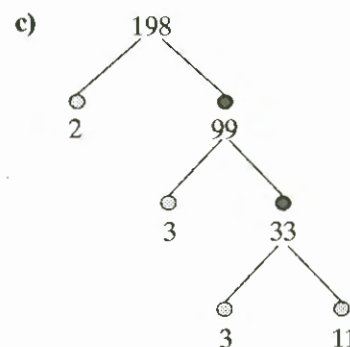
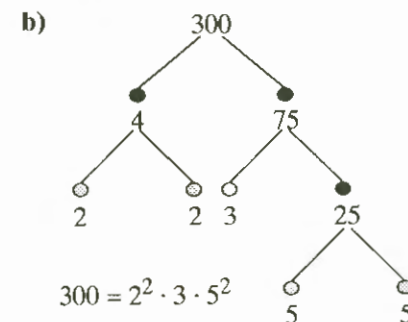
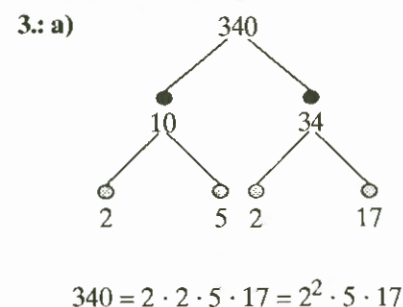
10. Razlika dveh števil je 11, njun zmnožek pa 60. Poišči ju.

11. Izračunaj števili a in b, če veš, da je $a \cdot b = 75$ in $a : b = 3$.

12. Ugotovi, ali je število deliteljev sestavljenega števila sodo ali liho. Katera števila imajo liho število deliteljev? (Število 1 tudi šteje med delitelje.)

REŠITVE

Rešitve 1. in 2. naloge poišči v tabelah na koncu knjige.

4.: $200 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5$

$$D_{200} = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 25, 40, 50, 100, 200\}$$

5.: $660 : 4 = 3 \cdot 5 \cdot 11 = 165$

$660 : 3 = 4 \cdot 5 \cdot 11 = 220$

$660 : 5 = 4 \cdot 3 \cdot 11 = 132$

$660 : 11 = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

$660 : 33 = 4 \cdot 5 = 20$

$660 : 15 = 4 \cdot 11 = 44$

$660 : 20 = 3 \cdot 11 = 33$

$660 : 12 = 5 \cdot 11 = 55$

$660 : 55 = 4 \cdot 3 = 12$

$660 : 44 = 3 \cdot 5 = 15$

6.: $594 : 2 = 297$ $594 : 99 = 6$ $594 : 11 = 54$ $594 : (3^3 \cdot 11) = 2$

$594 : 27 = 22$ $594 : 54 = 11$ $594 : 22 = 27$ $594 : 33 = 18$

7.: $105 = 3 \cdot 5 \cdot 7$

Število vrst	3	5	7	15	21	35
Število učencev v eni vrsti	35	21	15	7	5	3

8.: $48 = 1 \cdot 48$ $1 + 48 \neq 16$

$48 = 2 \cdot 24$ $2 + 24 \neq 16$

$48 = 3 \cdot 16$ $3 + 16 \neq 16$

$48 = 4 \cdot 12$ $4 + 12 = 16$

$48 = 6 \cdot 8$ $6 + 8 \neq 16$

To velja za števili 4 in 12.

9.: $216 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 8 \cdot 27$

Ti dve števili sta 8 in 27.

10.: To sta števili 15 in 4.

11.: 15; 5

12.: Sestavljeno število ima lahko sodo ali liho število deliteljev. Liho število deliteljev imajo tista števila, ki jih lahko zapišemo kot zmnožek dveh enakih faktorjev (npr. 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, ...).

PRAVILA ZA DELJIVOST NARAVNIH ŠTEVIL

V prejšnjem poglavju smo sestavljena števila razcepili na prafaktorje. Pri tem nismo imeli velikih težav, ker smo razcepljali majhna števila. Če bi hoteli razcepiti število 10395, bi imeli kar precej dela. Zato se bomo naučili nekatera pravila, ki nam bodo delo olajšala. To so pravila za deljivost naravnih števil. S pomočjo teh pravil brez zamudnega računanja ugotovimo, ali je neko število deljivo z drugim številom ali ne. Ko se boš ta pravila naučil, boš brez računanja lahko rekel: "Število 10395 je zagotovo deljivo s števili 3, 5, 9 in 11!"

PRAVILO ZA DELJIVOST Z 2

Poljubno naravno število je deljivo z 2, če se konča z eno od cifer 0, 2, 4, 6, 8. (Spomni se na soda števila.)

PRAVILO ZA DELJIVOST S 5

Zapišimo množico večkratnikov števila 5 (ti so vsi deljivi s 5).

$$V_5 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, \dots\}$$

Ni težko videti, da se vsi končajo s cifro 0 ali 5. Torej, **število je deljivo s pet, če se konča s cifro 0 ali 5.**

PRAVILO ZA DELJIVOST S 25

Postopajmo kot v zgornjem primeru.

Večkratniki števila 25 so:

$$25, 50, 75, 100, 125, 150, 175, 200, 225, 250, 275, 300, \dots$$

Pri teh številih se ponavljata zadnji dve cifri 25, 50, 75, 00.

Rekli bomo, da **je število deljivo s 25, če je njegov dvomestni konec 25, 50, 75 ali 00.**

PRAVILO ZA DELJIVOST S 3

Zapišimo nekaj večkratnikov števila 3.

$$3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, \dots$$

Na prvi pogled se zdi, da ni nobenega pametnega pravila. Toda matematiki se ne dajo tako zlahka ugnati v kozji rog. Seštejmo cifre dvomestnih večkratnikov:

12	$1 + 2 = 3$	30	$3 + 0 = 3$
15	$1 + 5 = 6$	33	$3 + 3 = 6$
18	$1 + 8 = 9$	36	$3 + 6 = 9$
21	$2 + 1 = 3$	39	$3 + 9 = 12$
24	$2 + 4 = 6$	42	$4 + 2 = 6$
27	$2 + 7 = 9$	45	$4 + 5 = 9$

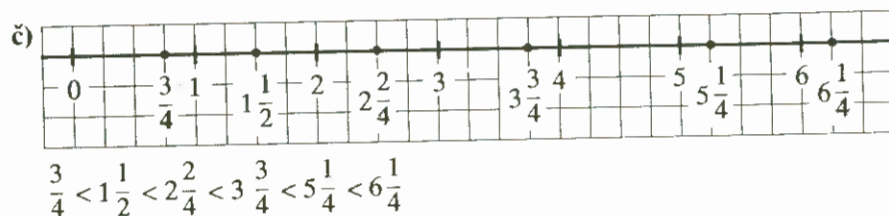
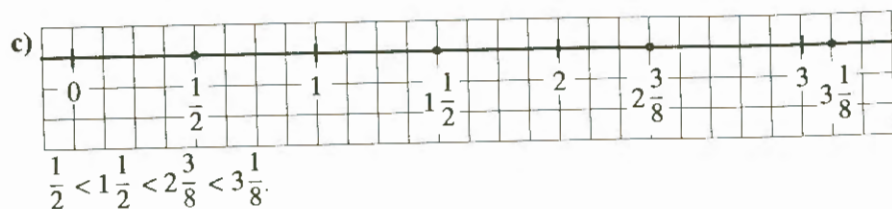
Pri vseh večkratnikih je vsota cifer deljiva s 3.

Naredimo za vsak primer še en preizkus, da bomo bolj prepričani.

Zmnožek ($3 \cdot 257$) je deljiv s 3.

$$3 \cdot 257 = 771 \quad 7 + 7 + 1 = 15 \text{ (Vsota cifer je deljiva s 3.)}$$

Zaključimo: **število je deljivo s 3, če je vsota cifer tega števila deljiva s 3.**



9.: a) $\frac{11}{15} < 1\frac{4}{5}$

č) $2\frac{1}{6} < 3\frac{1}{3}$

h) $\frac{6}{7} < 1\frac{1}{2} < 2\frac{1}{4}$

b) $\frac{7}{8} < 1\frac{2}{3}$

d) $1\frac{8}{9} < 2\frac{1}{8}$

g) $\frac{5}{6} < 1\frac{1}{5} < 2\frac{1}{3}$

c) $\frac{6}{7} < 1\frac{1}{4}$

e) $2\frac{3}{10} < 3\frac{3}{5}$

h) $\frac{8}{9} < 1\frac{1}{4} < 3\frac{1}{8}$

i) $1\frac{2}{11} < 2\frac{1}{7} < 3\frac{3}{10}$

n) $1\frac{4}{9} < 2\frac{4}{5} < 4\frac{1}{4} < 5\frac{1}{6}$

j) $1\frac{9}{20} < 2\frac{1}{15} < 3\frac{1}{9}$

o) $5\frac{4}{9} < 7\frac{1}{6} < 10\frac{1}{10} < 11\frac{2}{7}$

k) $\frac{957}{1000} < 1\frac{1}{10} < 3\frac{7}{100}$

p) $2\frac{16}{25} < 3\frac{6}{20} < 4\frac{6}{15} < 6\frac{6}{10}$

l) $\frac{5}{7} < 1\frac{2}{3} < 2\frac{3}{4} < 3\frac{1}{5}$

r) $\frac{99}{100} < 1\frac{371}{1000} < 2\frac{21}{200} < 3\frac{11}{50}$

m) $\frac{9}{10} < 1\frac{1}{5} < 2\frac{1}{2} < 3\frac{1}{8}$

10.: a) $3\frac{3}{4}$

b) $4\frac{4}{8}$

c) $3\frac{1}{10}$

č) $2\frac{7}{100}$

d) $6\frac{809}{1000}$

$4\frac{1}{5}$

$6\frac{3}{7}$

$7\frac{3}{10}$

$5\frac{19}{100}$

$9\frac{83}{1000}$

$5\frac{1}{2}$

$4\frac{4}{11}$

$10\frac{7}{10}$

$14\frac{37}{100}$

$83\frac{427}{1000}$

$5\frac{2}{3}$

$3\frac{7}{15}$

$14\frac{9}{10}$

$500\frac{1}{100}$

$707\frac{77}{1000}$

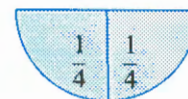
SEŠTEVANJE ULOMKOV

Jurček je dobil za rojstni dan torto. Prvi dan so je pojedli $\frac{1}{4}$, drugi dan pa $\frac{2}{4}$.
Koliko torte so pojedli v prvih dveh dneh?

CELA TORTA

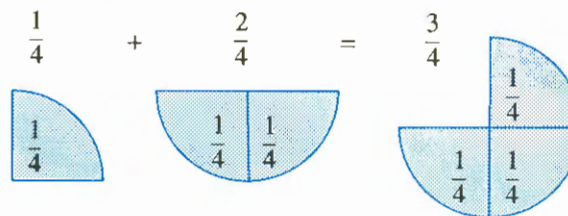


$\frac{1}{4}$ so pojedli prvi dan

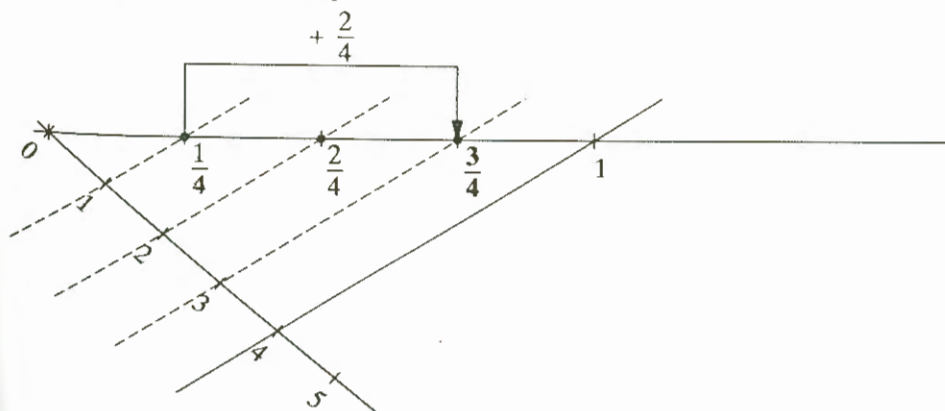


$\frac{2}{4}$ so pojedli drugi dan

V OBEH DNEH SO POJEDLI:



Prikažimo to še na številski premici:



REŠITVE

1.: a) $1\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $1\frac{5}{7}$; $1\frac{1}{3}$;

b) $3\frac{3}{10}$; $3\frac{4}{15}$; $1\frac{1}{5}$; 1;

c) $2\frac{13}{15}$; $1\frac{6}{7}$; $\frac{99}{100}$; $4\frac{3}{4}$;

č) $5\frac{2}{3}$; 9; 5; $1\frac{1}{2}$;

d) $1\frac{7}{11}$; 10; $\frac{4}{7}$; $\frac{7}{24}$;

e) $\frac{20}{23}$; 7; 6; $7\frac{1}{2}$;

f) $2\frac{1}{3}$; $2\frac{2}{9}$; $1\frac{3}{7}$; $1\frac{1}{10}$;

2.: a) $11\frac{1}{4}$ c) 14

b) 57 č) $12\frac{1}{4}$

3.: $14 \cdot 23\frac{1}{2} = \underline{\underline{329}}$

V dveh tednih je prebrala 329 strani.

4.: $10 \cdot 5\frac{3}{4} \cdot 200 = \underline{\underline{11500}}$

Zaslužil je 11500 SIT.

5.: $6 \cdot 3\frac{1}{4} \cdot 6 = \underline{\underline{117}}$

Izkoplje 117 m jarka.

6.: $(9\frac{1}{2} + 10\frac{3}{4} + 15\frac{4}{5}) \cdot 40 = \underline{\underline{1442}}$

Plačal je 1442 SIT.

7.: $250 - 3 \cdot 48\frac{7}{40} = \underline{\underline{103\frac{9}{10}}}$

Prevoziti mora še $103\frac{9}{10}$ km.

g) $2\frac{8}{9}$; $11\frac{3}{5}$; $5\frac{1}{4}$; $1\frac{2}{3}$

h) $1\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{5}$; $5\frac{1}{4}$; $3\frac{1}{2}$;

i) $7\frac{1}{2}$; $4\frac{2}{3}$; 11; $4\frac{1}{5}$;

j) $16\frac{1}{4}$; $20\frac{2}{3}$; $12\frac{2}{3}$; $2\frac{7}{10}$;

k) $2\frac{1}{2}$; $3\frac{2}{3}$; $9\frac{2}{3}$; $5\frac{2}{5}$;

l) $19\frac{1}{3}$; $27\frac{1}{3}$; $28\frac{1}{2}$; $24\frac{2}{5}$;

m) $7\frac{1}{3}$; $26\frac{1}{2}$; 113; $185\frac{1}{2}$;

d) $11\frac{11}{15}$ f) $35\frac{23}{30}$

e) $10\frac{2}{5}$ g) $4\frac{73}{100}$

8.: $(150 - (35 + 17)) \cdot 20\frac{1}{4} = \underline{\underline{1984\frac{1}{2}}}$

Tovor tehta $1984\frac{1}{2}$ kg.

9.: $2\frac{7}{8} + 2 \cdot 2\frac{7}{8} = \underline{\underline{8\frac{5}{8}}}$

V obeh urah je prehodil $8\frac{5}{8}$ km.

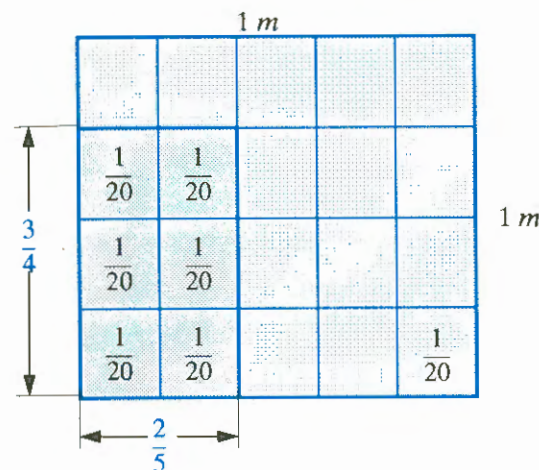
10.: $(3\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5}) \cdot 10 = \underline{\underline{46\frac{1}{2}}}$

11.: $(10\frac{1}{2} - 10\frac{12}{25}) \cdot 100 = \underline{\underline{2}}$

12.: $15 - 3 \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{4}) = \underline{\underline{12\frac{3}{4}}}$

MNOŽENJE ULOMKA Z ULOMKOM

Roman je moral izračunati ploščino pravokotnika s stranicama $\frac{2}{5}$ m in $\frac{3}{4}$ m. Ker $\frac{2}{5}$ m in $\frac{3}{4}$ m ni znal izraziti v drugih enotah, se je znašel na naslednji način:



"Ploščina pravokotnika meri $\frac{6}{20}$ m²," je ugotovil Roman.

Če vemo, da ploščino pravokotnika s stranicama a in b izračunamo $a \cdot b$, potem je Roman ugotovil, da je:

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{20}$$

Tu ugotovitev bomo posplošili v pravilo:

Zmnožek dveh ulomkov je ulomek, ki ima za števec zmnožek števcov, za imenovalce pa zmnožek imenovalcev.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

PRIMER 1

$$\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{8} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 8} = \frac{15}{56}$$

$$1\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{15}$$

$$3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} = \frac{7 \cdot 7}{2 \cdot 3} = \frac{49}{6} = 8\frac{1}{6}$$

(Ne množi tako: $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} = 6\frac{1}{6}$, ker ni prav!)

DECIMALNE ŠTEVILKE

DECIMALNI ZAPIS DESETIŠKIH ULOMKOV

Izmerimo dolžino daljice AB.



Rezultat merjenja lahko izrazimo na več načinov:

1. $\overline{AB} = 53 \text{ mm}$
2. $\overline{AB} = 5 \text{ cm } 3 \text{ mm} = (5 + \frac{3}{10}) \text{ cm}$
3. $\overline{AB} = 5 \frac{3}{10} \text{ cm}$
4. $\overline{AB} = 5,3 \text{ cm}$

V 4. primeru smo mersko število zapisali z **decimalno številko**.
Preberemo jo "Pet celih tri desetine".

Podobno izmerimo in zapišemo še dolžino daljice CD.

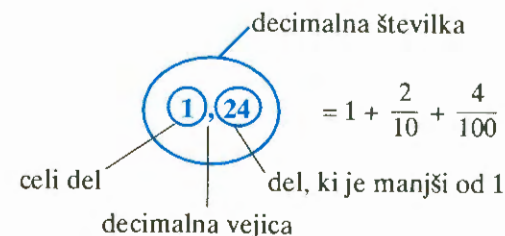


1. $\overline{CD} = 124 \text{ mm}$
2. $\overline{CD} = 1 \text{ dm } 2 \text{ cm } 4 \text{ mm} = (1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{100}) \text{ dm}$
3. $\overline{CD} = 1 \frac{24}{100} \text{ dm}$
4. $\overline{CD} = 1,24 \text{ dm}$

Preberemo "Ena cela štiriindvajset stotin".

Vejico, ki loči celi del od dela, ki je manjši od 1, imenujemo **decimalna vejica**.

Cifre za decimalno vejico imenujemo **decimalke**.



Pri računalnikih se namesto decimalne vejice uporablja decimalna pika (namesto 2,7 se pri računalnikih uporablja zapis 2.7). Računalnik se ne bo zmotil in zamenjal decimalne pike z znakom za množenje, mi pa bi se lahko.

PRIMER 1

Zapišimo z decimalno številko ulomke:

$$3 \frac{5}{10} = 3,5 \quad \text{ena decimalka}$$

$$\frac{8239}{1000} = 8 \frac{239}{1000} = 8,239 \quad \text{tri decimalke}$$

$$\frac{6}{10} = 0,6$$

$$\frac{4041}{1000} = 4 \frac{41}{1000} = 4,041$$

$$7 \frac{4}{100} = 7,04 \quad \text{dve decimalki}$$

$$\frac{15}{10000} = 0,0015 \quad \text{štiri decimalke}$$

Opazimo, da je število decimalk enako številu ničel v imenovalcu desetiškega ulomka.

PRIMER 2

$$2 \frac{3}{5} = 2 \frac{6}{10} = 2,6$$

$$4 \frac{7}{50} = 4 \frac{14}{100} = 4,14$$

$$\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0,125$$

Kako zapišemo decimalno število z ulomkom?

PRIMER 3

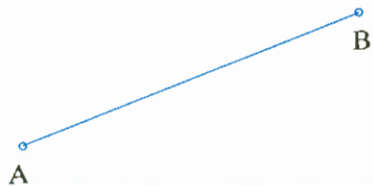
$$1,3 = 1 \frac{3}{10}$$

$$0,16 = \frac{16}{100} = \frac{4}{25}$$

$$3,008 = 3 \frac{8}{1000} = 3 \frac{1}{125}$$

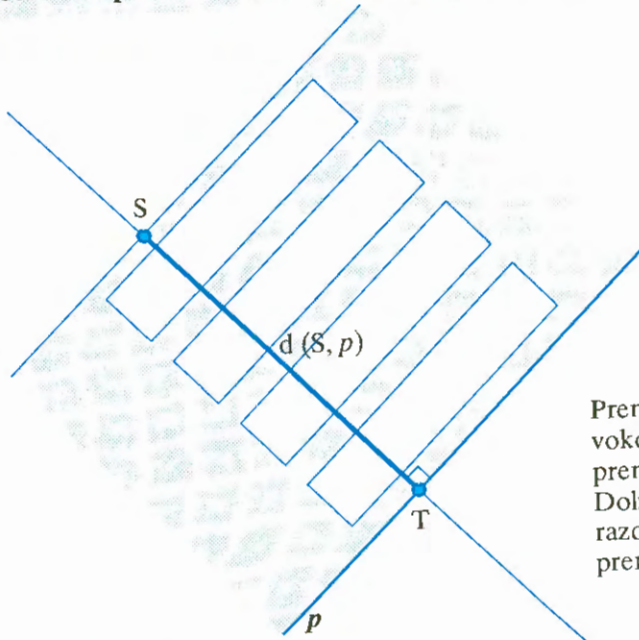
O RAZDALJAH

Razdaljo med poljubnima točkama ravnine smo že določili. Rekli smo, da je razdalja med točkama A in B, kar zapišemo $d(A, B)$, enaka dolžini daljice AB.



$$d(A, B) = \overline{AB}$$

Stane bi rad prečkal cesto po najkrajši možni poti. Pomoč verjetno ne bo potrebna. Iz točke S, kjer Stane stoji, **načrtamo pravokotnico** na nasprotni rob ceste. Presečišče označimo s T. **Najkrajša razdalja**, po kateri pride čez cesto, je razdalja med točkama S in T ($d(S, T)$). To razdaljo imenujemo tudi **razdalja med točko S in premico p**. Označimo jo $d(S, p)$.



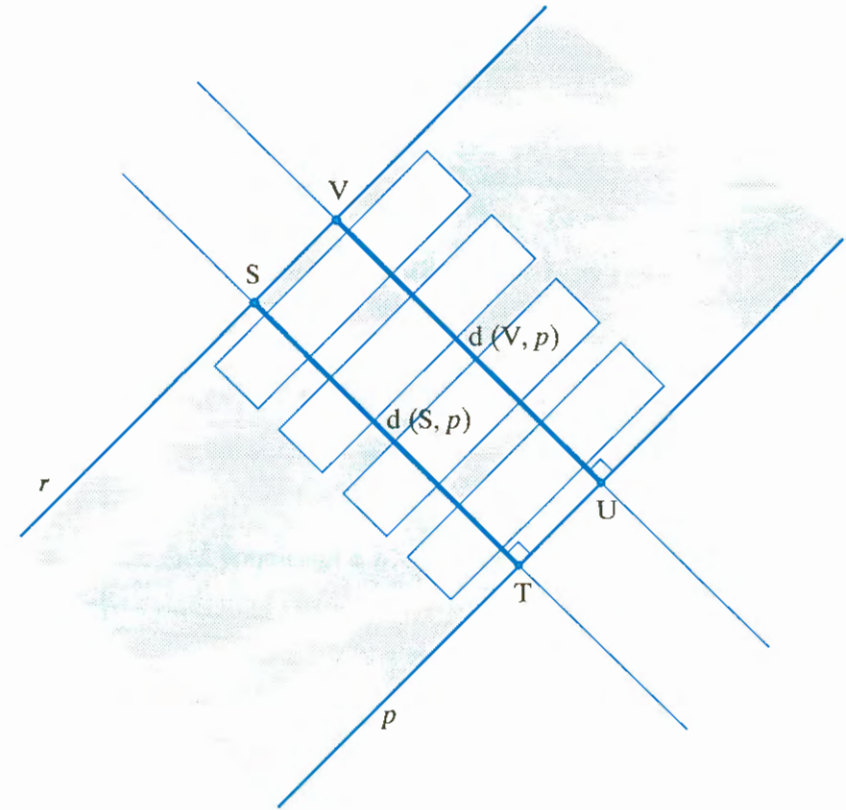
Premica (S, T) je edina pravokotnica iz točke S na premico p. Dolžina daljice ST je najkrajša razdalja med točko S in premico p.

$$d(S, p) = d(S, T) = \overline{ST}$$

Recimo, da poleg Staneta stoji njegov prijatelj Vojko. Poglejmo njegovo najkrajšo pot čez cesto.

Pravokotno čez cesto je najbolj varno, ker je pot najkrajša.

Postopamo enako kot prej.



$$d(V, U) = \overline{VU} = d(V, p)$$

Če primerjamo med sabo obe razdalji, ugotovimo, da je

$$d(S, p) = d(V, p)$$

Točki S in V sta enako oddaljeni od premice p. Zakaj?

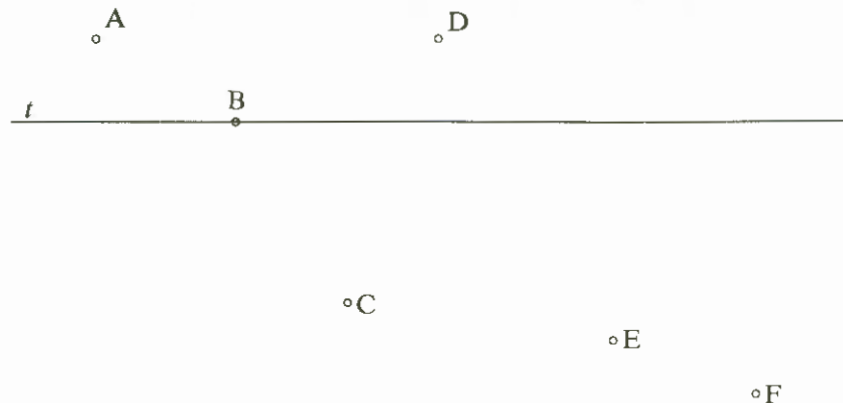
Zato, ker ležita na premici r, ki je vzporedna s premico p.

Če sta dve premici vzporedni, so vse točke ene od premic enako oddaljene od druge premice.

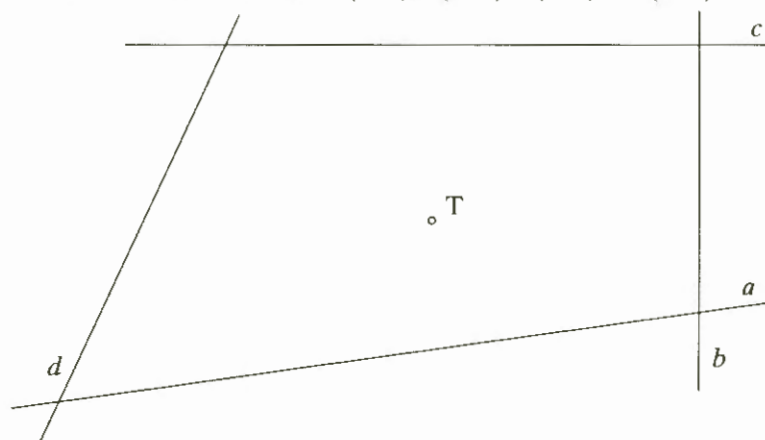
$d(S, p)$ oziroma $d(V, p)$ imenujemo tudi razdalja med vzporednima premicama p in r.

VAJE

1. Do milimetra natančno izmeri razdalje med točkami A, B, C, D, E, F in premico t .

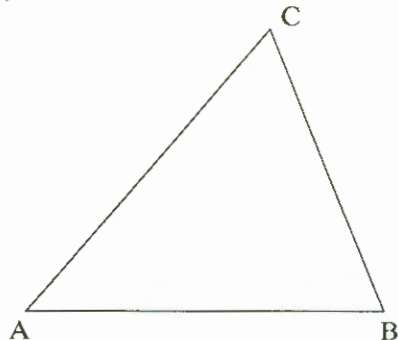


2. Izmeri do milimetra natančno $d(T, a)$, $d(T, b)$, $d(T, c)$ in $d(T, d)$.

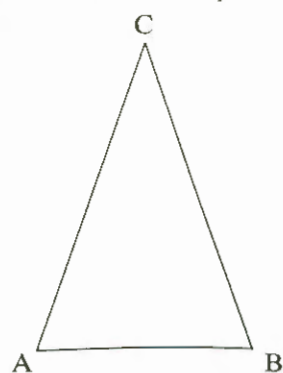


3. V trikotniku ABC izmeri razdalje med oglišči in nosilkami nasprotnih stranic.

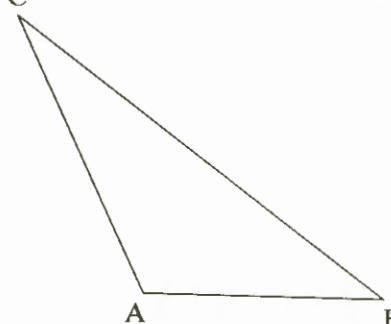
a)



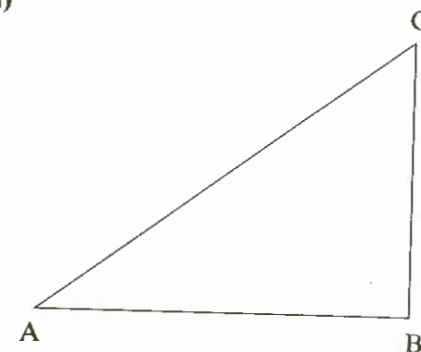
b)



c)



d)



4. Na isti polravnini premice a določi točke M, N in L, za katere velja:
 $d(M, a) = 3 \text{ cm}$, $d(N, a) = 4 \text{ cm}$ in $d(L, a) = 4,5 \text{ cm}$.



5. Izmeri razdalje med premicami a, b, c, d in premico p . $p \parallel a \parallel b \parallel c \parallel d$



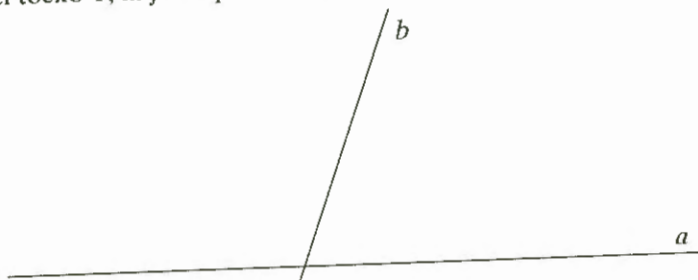
6. Načrtaj premico s , ki je vzporedna premici t in od nje oddaljena $3,5 \text{ cm}$.



7. Načrtaj premici m in n , ki sta od premice a oddaljeni 3 oziroma 5 cm tako, da
 a) ležita na isti polravnini premice a ;
 b) na različnih polravninah premice a .



8. Določi točko T, ki je od premice a oddaljena 3 cm, od premice b pa 2 cm.



9. Določi točko A tako, da je $d(A, M) = 4$ cm in $d(A, n) = 3$ cm.

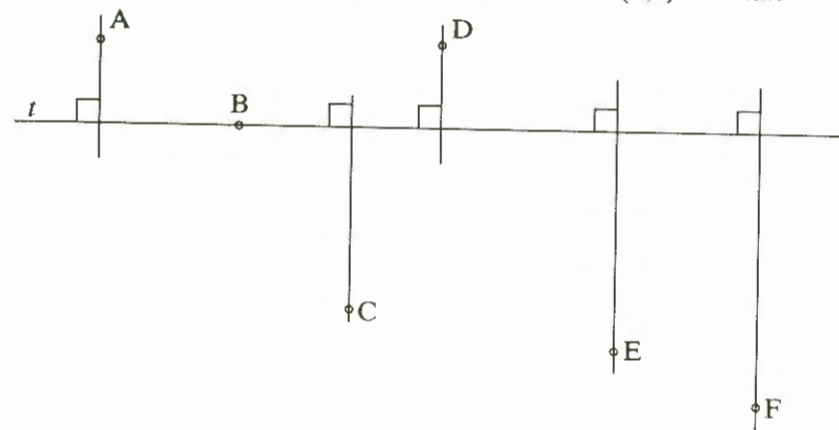


o M

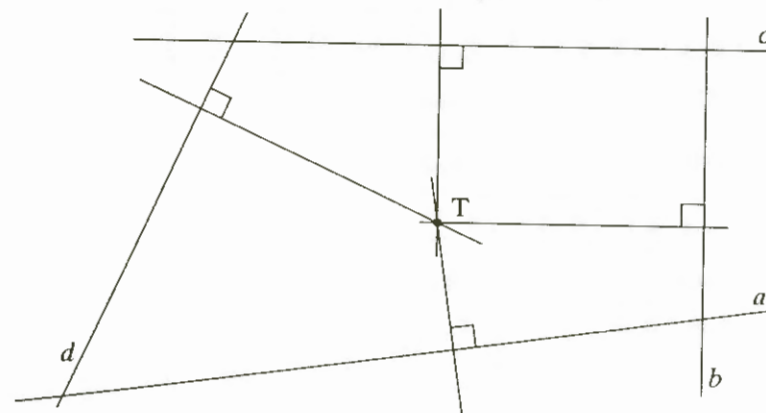
10. Načrtaj $\angle AVB$, ki meri 60° in določi točko C tako, da je od obeh krakov oddaljena 3 cm. Načrtaj premico (C, V). Izmeri velikost kota $\angle AVC$ in $\angle CVB$. Kaj ugotoviš?
11. Načrtaj $\alpha = 90^\circ$ in postopaj kot v prejšnji nalogi.
12. Načrtaj $K(S, 3$ cm) in premico m tako, da je
 a) $d(S, m) = 4$ cm;
 b) $d(S, m) = 2,5$ cm;
 c) $d(S, m) = 3$ cm.
 Kako imenujemo tako premico?
13. Dan je $K(S, r)$ in premica p . Kaj lahko poveš o medsebojni legi kroga in premice p , če je
 a) $d(S, p) < r$;
 b) $d(S, p) > r$;
 c) $d(S, p) = r$?
14. Načrtaj $K(S, 4$ cm) in daljici AB ($\overline{AB} = 5$ cm) ter CD ($\overline{CD} = 4$ cm), ki sta tetivi kroga. Izmeri razdaljo med središčem kroga in nosilkama tetiv.
15. Načrtaj premico p in določi točki A in B tako, da je $A \in p$, $B \in p$ in $d(A, B) = 6$ cm. Na različnih polravninah premice p določi točki M in N tako, da je:
 1) $d(A, M) = d(M, p) = 4$ cm in
 2) $d(B, N) = d(N, p) = 4$ cm.
 Načrtaj premico (M, N) in označi presečišče med (M, N) in (A, B) s C.
 Izmeri $d(A, C)$ in $d(B, C)$. Kaj ugotoviš?
 Naredi še en primer tako, da je $d(A, B) = 5$ cm in $d(M, A) = d(N, B) = 3$ cm.

REŠITVE

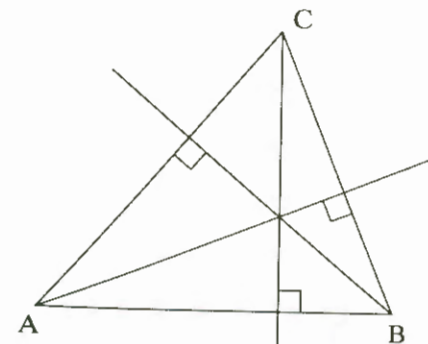
- 1.: $d(A, t) = 11$ mm $d(C, t) = 24$ mm $d(E, t) = 29$ mm
 $d(B, t) = 0$ mm $d(D, t) = 11$ mm $d(F, t) = 36$ mm



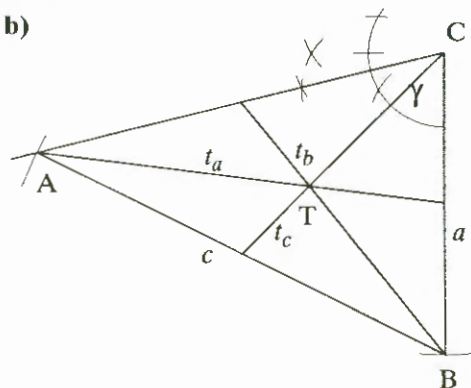
- 2.: $d(T, a) = 17$ mm $d(T, c) = 23$ mm
 $d(T, b) = 35$ mm $d(T, d) = 34$ mm



- 3.: a) $d(C, AB) = 37$ mm
 $d(B, AC) = 36$ mm
 $d(A, BC) = 44$ mm

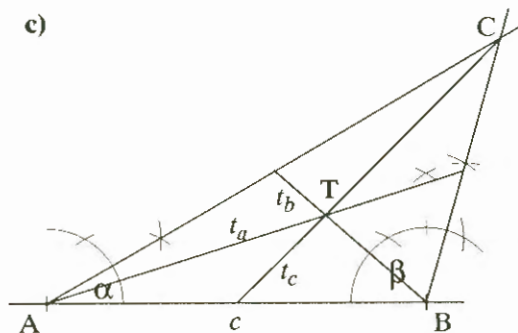


b)



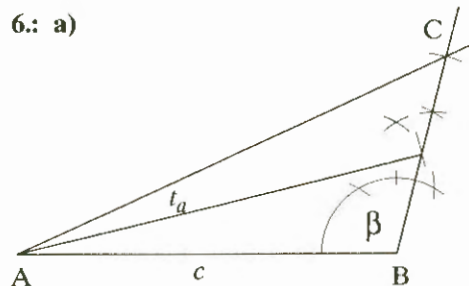
$$\begin{aligned} t_a &= 54 \text{ mm} \\ t_b &= 43 \text{ mm} \\ t_c &= 37 \text{ mm} \end{aligned}$$

c)

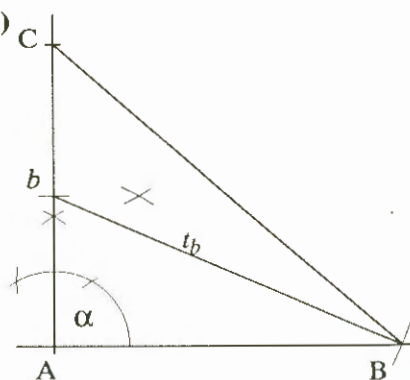


$$\begin{aligned} t_a &= 58 \text{ mm} \\ t_b &= 27 \text{ mm} \\ t_c &= 49 \text{ mm} \end{aligned}$$

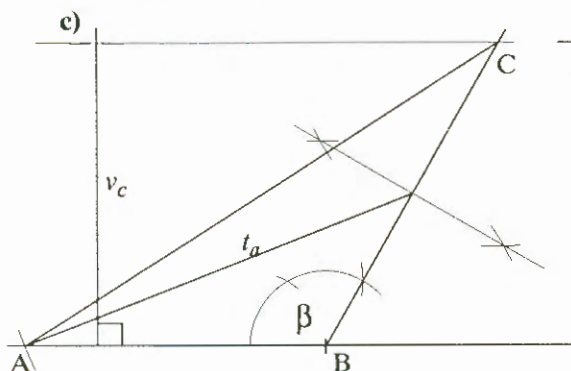
6.: a)



b)

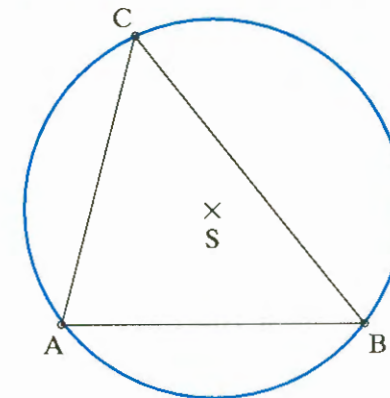


c)



SREDIŠČE TRIKOTNIKU OČRTANEGA KROGA

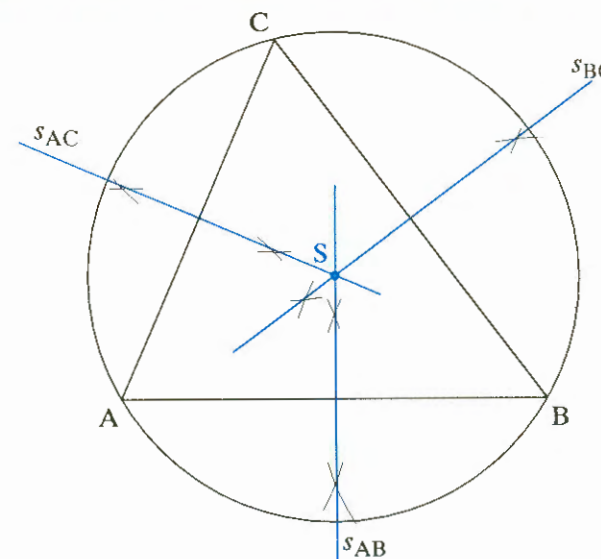
Narisali bi radi krog K tako, da ležijo oglišča trikotnika $\triangle ABC$ na krožnici. **Za tak krog pravimo, da je trikotniku OČRTAN**



Razmislimo:

- če ležijo točke A, B in C na krožnici, so od središča kroga enako oddaljene;
- točka S je enako oddaljena od točk A in B (take točke ležijo na simetrali daljice AB);
- točka S je enako oddaljena od točk A in C (take točke ležijo na simetrali daljice AC);

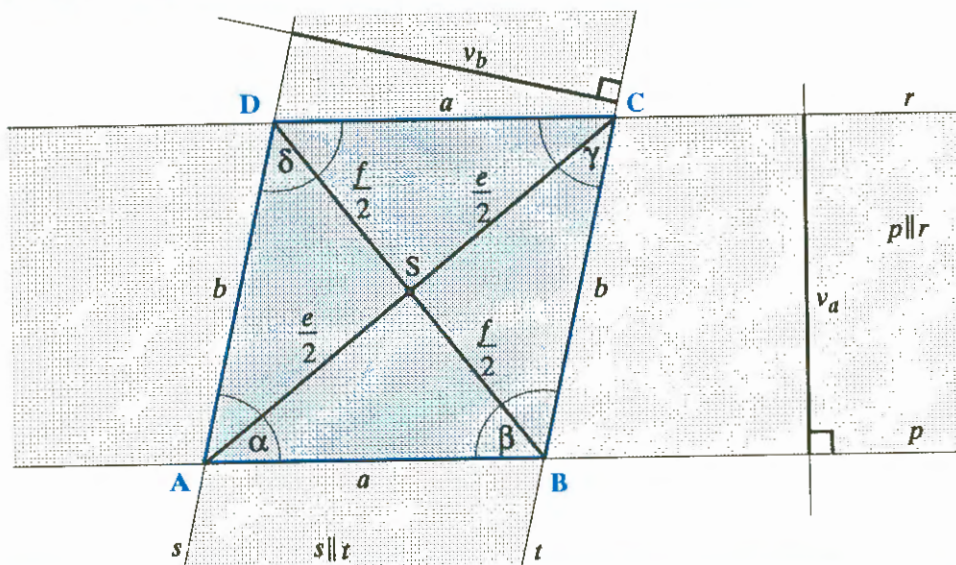
Z razmišljanjem smo ugotovili, da bomo dobili **središče trikotniku očrtanega kroga** tako, da bomo poiskali **presečišče simetral stranic**.



PARALELOGRAM

Paralelogram je štirikotnik, ki ima po dve in dve nasprotni stranici vzporedni (paralelno pomeni vzporedno).

Paralelogram je središčno someren glede na presečišče diagonal.



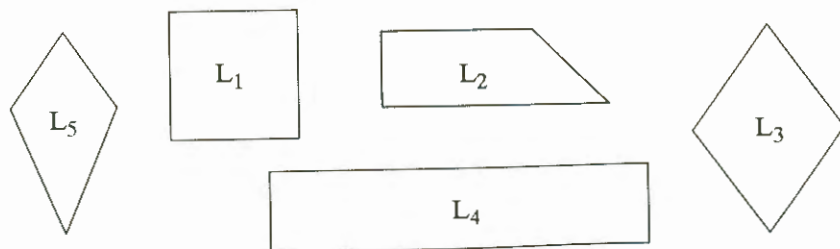
Razdalji med nosilkama vzporednih stranic imenujemo višini paralelograma (v_a ; v_b).

Lastnosti paralelograma so:

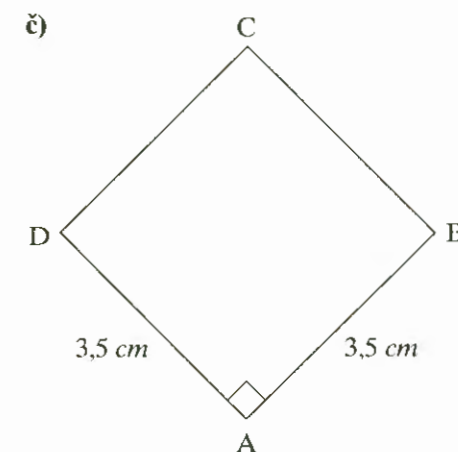
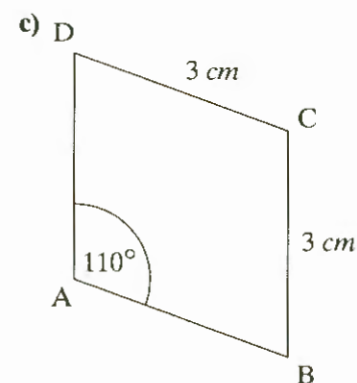
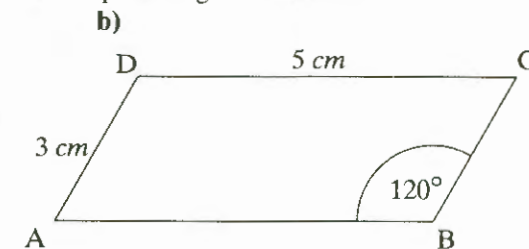
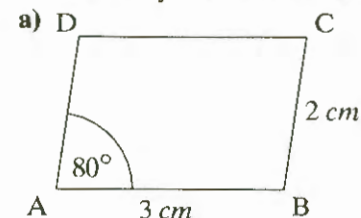
- nasprotni stranici sta skladni ($\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$);
- nasprotna kota sta skladna ($\alpha = \gamma$ in $\beta = \delta$);
- vsota sosednjih kotov je iztegnjeni kot ($\alpha + \beta = 180^\circ$; $\gamma + \delta = 180^\circ$; $\alpha + \delta = 180^\circ$; $\beta + \delta = 180^\circ$);
- diagonali se razpolavljata.

VAJE

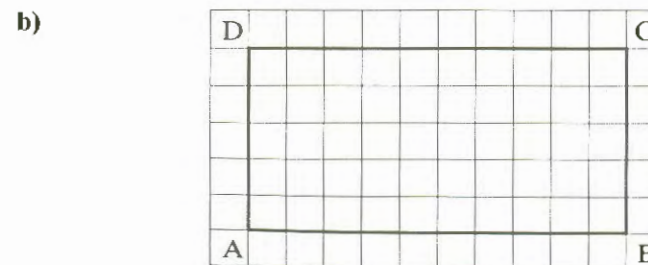
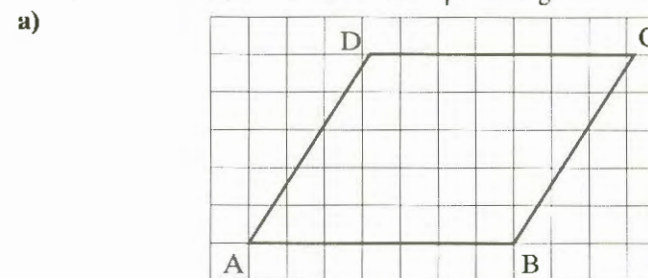
1. Kateri od štirikotnikov na sliki so paralelogrami?



2. Koliko merijo neznane stranice in koti paralelogramov na sliki?

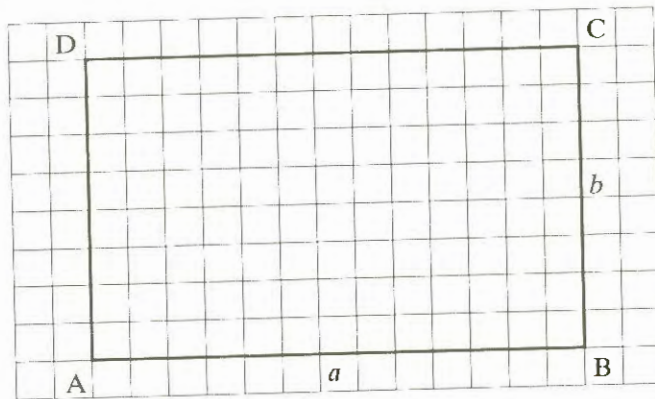


3. Izmeri do milimetra natančno višine paralelogramov na sliki.



OBSEGI IN PLOŠČINE VEČKOTNIKOV

Kako izračunamo ploščino in obseg pravokotnika, že vemo.



$$a = 6,5 \text{ cm}$$

$$b = 4 \text{ cm}$$

$$p = a \cdot b$$

$$p = 6,5 \cdot 4$$

$$\underline{p = 26 \text{ cm}^2}$$

$$o = 2 \cdot a + 2 \cdot b$$

$$o = 2 \cdot 6,5 + 2 \cdot 4$$

$$o = 13 + 8$$

$$\underline{o = 21 \text{ cm}}$$

Ploščine ostalih večkotnikov bomo izračunali prav s pomočjo ploščine pravokotnika.

1. Način

Tako, da jih bomo dopolnili do pravokotnikov; izračunali ploščino pravokotnika in ugotovili, kolikšen del ploščine pravokotnika predstavlja iskana ploščina večkotnika.

2. Način

Tako, da jih bomo preoblikovali v ploščinsko enake pravokotnike (če od lika odvzete dele vrnemo poljubno kam, se mu ploščina ne spremeni) in izračunali ploščino pravokotnika.

Obseg večkotnika pa je vsota dolžin stranic.

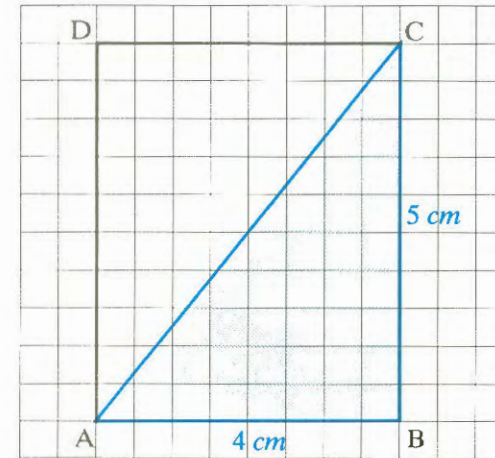
PRIMER 1

Izračunajmo ploščino in obseg $\triangle ABC$.

Ploščino $\triangle ABC$ izračunamo na **prvi način** (dopolnimo ga do pravokotnika).

Izračunamo ploščino pravokotnika in ugotovimo, da je ploščina trikotnika enaka polovici te ploščine.

Obseg pa izračunamo tako, da najprej izmerimo dolžine vseh stranic trikotnika in jih seštejemo.



$$p(ABCD) = 4 \cdot 5$$

$$p(ABCD) = 20 \text{ cm}^2$$

$$p(ABC) = \frac{1}{2} \cdot p(ABCD)$$

$$p(ABC) = 10 \text{ cm}^2$$

$$o = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{AC}$$

$$o = 4 + 6,4 + 5$$

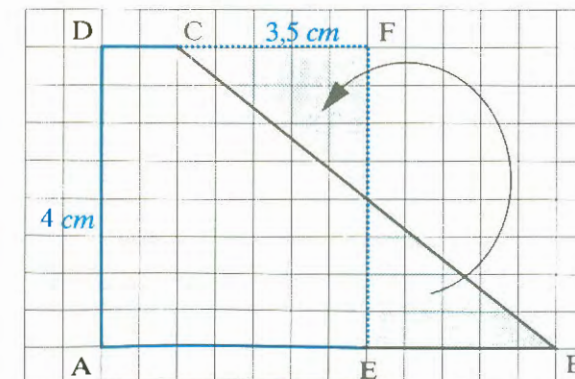
$$o = 15,4 \text{ cm}$$

PRIMER 2

Ploščino štirikotnika ABCD bomo izračunali na **drugi način**.

Preoblikujemo ga v ploščinsko enak pravokotnik in izračunamo njegovo ploščino.

Obseg štirikotnika ABCD pa izračunamo tako, da seštejemo dolžine njegovih stranic.



$$p(ABCD) = p(AEFD)$$

$$p(AEFD) = 3,5 \cdot 4$$

$$p(AEFD) = 14 \text{ cm}^2$$

$$p(ABCD) = 14 \text{ cm}^2$$

$$o = \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CD} + \overline{AD}$$

$$o = 6 + 6,4 + 1 + 4$$

$$o = 17,4 \text{ cm}$$

RAZCEP NARAVNIH ŠTEVIL DO 1000 NA PRAFAKTORJE

n	prafaktorji	n	prafaktorji	n	prafaktorji	n	prafaktorji
1	1	41	41	81	3^4	121	11^2
2	2	42	$2 \cdot 3 \cdot 7$	82	$2 \cdot 41$	122	$2 \cdot 61$
3	3	43	43	83	83	123	$3 \cdot 41$
4	2^2	44	$2^2 \cdot 11$	84	$2^2 \cdot 3 \cdot 7$	124	$2^2 \cdot 31$
5	5	45	$3^2 \cdot 5$	85	$5 \cdot 17$	125	5^3
6	$2 \cdot 3$	46	$2 \cdot 23$	86	$2 \cdot 43$	126	$2 \cdot 3^2 \cdot 7$
7	7	47	47	87	$3 \cdot 29$	127	127
8	2^3	48	$2^4 \cdot 3$	88	$2^3 \cdot 11$	128	2^7
9	3^2	49	7^2	89	89	129	$3 \cdot 43$
10	$2 \cdot 5$	50	$2 \cdot 5^2$	90	$2 \cdot 3^2 \cdot 5$	130	$2 \cdot 5 \cdot 13$
11	11	51	$3 \cdot 17$	91	$7 \cdot 13$	131	131
12	$2^2 \cdot 3$	52	$2^2 \cdot 13$	92	$2^2 \cdot 23$	132	$2^2 \cdot 3 \cdot 11$
13	13	53	53	93	$3 \cdot 31$	133	$7 \cdot 19$
14	$2 \cdot 7$	54	$2 \cdot 3^3$	94	$2 \cdot 47$	134	$2 \cdot 67$
15	$3 \cdot 5$	55	$5 \cdot 11$	95	$5 \cdot 19$	135	$3^3 \cdot 5$
16	2^4	56	$2^3 \cdot 7$	96	$2^5 \cdot 3$	136	$2^3 \cdot 17$
17	17	57	$3 \cdot 19$	97	97	137	137
18	$2 \cdot 3^2$	58	$2 \cdot 29$	98	$2 \cdot 7^2$	138	$2 \cdot 3 \cdot 23$
19	19	59	59	99	$3^2 \cdot 11$	139	139
20	$2^2 \cdot 5$	60	$2^2 \cdot 3 \cdot 5$	100	$2^2 \cdot 5^2$	140	$2^2 \cdot 5 \cdot 7$
21	$3 \cdot 7$	61	61	101	101	141	$3 \cdot 47$
22	$2 \cdot 11$	62	$2 \cdot 31$	102	$2 \cdot 3 \cdot 17$	142	$2 \cdot 71$
23	23	63	$3^2 \cdot 7$	103	103	143	$11 \cdot 13$
24	$2^3 \cdot 3$	64	2^6	104	$2^3 \cdot 13$	144	$2^4 \cdot 3^2$
25	5^2	65	$5 \cdot 13$	105	$3 \cdot 5 \cdot 7$	145	$5 \cdot 29$
26	$2 \cdot 13$	66	$2 \cdot 3 \cdot 11$	106	$2 \cdot 53$	146	$2 \cdot 73$
27	3^3	67	67	107	107	147	$3 \cdot 7^2$
28	$2^2 \cdot 7$	68	$2^2 \cdot 17$	108	$2^2 \cdot 3^3$	148	$2^2 \cdot 37$
29	29	69	$3 \cdot 23$	109	109	149	149
30	$2 \cdot 3 \cdot 5$	70	$2 \cdot 5 \cdot 7$	110	$2 \cdot 5 \cdot 11$	150	$2 \cdot 3 \cdot 5^2$
31	31	71	71	111	$3 \cdot 37$	151	151
32	2^5	72	$2^3 \cdot 3^2$	112	$2^4 \cdot 7$	152	$2^3 \cdot 19$
33	$3 \cdot 11$	73	73	113	113	153	$3^2 \cdot 17$
34	$2 \cdot 17$	74	$2 \cdot 37$	114	$2 \cdot 3 \cdot 19$	154	$2 \cdot 7 \cdot 11$
35	$5 \cdot 7$	75	$3 \cdot 5^2$	115	$5 \cdot 23$	155	$5 \cdot 31$
36	$2^2 \cdot 3^2$	76	$2^2 \cdot 19$	116	$2^2 \cdot 29$	156	$2^2 \cdot 3 \cdot 13$
37	37	77	$7 \cdot 11$	117	$3^2 \cdot 13$	157	157
38	$2 \cdot 19$	78	$2 \cdot 3 \cdot 13$	118	$2 \cdot 59$	158	$2 \cdot 79$
39	$3 \cdot 13$	79	79	119	$7 \cdot 17$	159	$3 \cdot 53$
40	$2^3 \cdot 5$	80	$2^4 \cdot 5$	120	$2^3 \cdot 3 \cdot 5$	160	$2^5 \cdot 5$

n	prafaktorji	n	prafaktorji	n	prafaktorji	n	prafaktorji
161	$7 \cdot 23$	206	$2 \cdot 103$	251	251	296	$2^3 \cdot 37$
162	$2 \cdot 3^4$	207	$3^2 \cdot 23$	252	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 7$	297	$3^3 \cdot 11$
163	163	208	$2^4 \cdot 13$	253	$11 \cdot 23$	298	$2 \cdot 149$
164	$2^2 \cdot 41$	209	$11 \cdot 19$	254	$2 \cdot 127$	299	$13 \cdot 23$
165	$3 \cdot 5 \cdot 11$	210	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$	255	$3 \cdot 5 \cdot 17$	300	$2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
166	$2 \cdot 83$	211	211	256	2^8	301	$7 \cdot 43$
167	167	212	$2^2 \cdot 53$	257	257	302	$2 \cdot 151$
168	$2^3 \cdot 3 \cdot 7$	213	$3 \cdot 71$	258	$2 \cdot 3 \cdot 43$	303	$3 \cdot 101$
169	13^2	214	$2 \cdot 107$	259	$7 \cdot 37$	304	$2^4 \cdot 19$
170	$2 \cdot 5 \cdot 17$	215	$5 \cdot 43$	260	$2^2 \cdot 5 \cdot 13$	305	$5 \cdot 61$
171	$3^2 \cdot 19$	216	$2^3 \cdot 3^3$	261	$3^2 \cdot 29$	306	$2 \cdot 3^2 \cdot 17$
172	$2^2 \cdot 43$	217	$7 \cdot 31$	262	$2 \cdot 131$	307	307
173	173	218	$2 \cdot 109$	263	263	308	$2^2 \cdot 7 \cdot 11$
174	$2 \cdot 3 \cdot 29$	219	$3 \cdot 73$	264	$2^3 \cdot 3 \cdot 11$	309	$3 \cdot 103$
175	$5^2 \cdot 7$	220	$2^2 \cdot 5 \cdot 11$	265	$5 \cdot 53$	310	$2 \cdot 5 \cdot 31$
176	$2^4 \cdot 11$	221	$13 \cdot 17$	266	$2 \cdot 7 \cdot 19$	311	311
177	$3 \cdot 59$	222	$2 \cdot 3 \cdot 37$	267	$3 \cdot 89$	312	$2^3 \cdot 3 \cdot 13$
178	$2 \cdot 89$	223	223	268	$2^2 \cdot 67$	313	313
179	179	224	$2^5 \cdot 7$	269	269	314	$2 \cdot 157$
180	$2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$	225	$3^2 \cdot 5^2$	270	$2 \cdot 3^3 \cdot 5$	315	$3^2 \cdot 5 \cdot 7$
181	181	226	$2 \cdot 113$	271	271	316	$2^2 \cdot 79$
182	$2 \cdot 7 \cdot 13$	227	227	272	$2^4 \cdot 17$	317	317
183	$3 \cdot 61$	228	$2^2 \cdot 3 \cdot 19$	273	$3 \cdot 7 \cdot 13$	318	$2 \cdot 3 \cdot 53$
184	$2^3 \cdot 23$	229	229	274	$2 \cdot 137$	319	$11 \cdot 29$
185	$5 \cdot 37$	230	$2 \cdot 5 \cdot 23$	275	$5^2 \cdot 11$	320	$2^6 \cdot 5$
186	$2 \cdot 3 \cdot 31$	231	$3 \cdot 7 \cdot 11$	276	$2^2 \cdot 3 \cdot 23$	321	$3 \cdot 107$
187	$11 \cdot 17$	232	$2^3 \cdot 29$	277	277	322	$2 \cdot 7 \cdot 23$
188	$2^2 \cdot 47$	233	233	278	$2 \cdot 139$	323	$17 \cdot 19$
189	$3^3 \cdot 7$	234	$2 \cdot 3^2 \cdot 13$	279	$3^2 \cdot 31$	324	$2^2 \cdot 3^4$
190	$2 \cdot 5 \cdot 19$	235	$5 \cdot 47$	280	$2^3 \cdot 5 \cdot 7$	325	$5^2 \cdot 13$
191	191	236	$2^2 \cdot 59$	281	281	326	$2 \cdot 163$
192	$2^6 \cdot 3$	237	$3 \cdot 79$	282	$2 \cdot 3 \cdot 47$	327	$3 \cdot 109$
193	193	238	$2 \cdot 7 \cdot 17$	283	283	328	$2^3 \cdot 41$
194	$2 \cdot 97$	239	239	284	$2^2 \cdot 71$	329	$7 \cdot 47$
195	$3 \cdot 5 \cdot 13$	240	$2^4 \cdot 3 \cdot 5$	285	$3 \cdot 5 \cdot 19$	330	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$
196	$2^2 \cdot 7^2$	241	241	286	$2 \cdot 11 \cdot 13$	331	331
197	197	242	$2 \cdot 11^2$	287	$7 \cdot 41$	332	$2^2 \cdot 83$
198	$2 \cdot 3^2 \cdot 11$	243	3^5	288	$2^5 \cdot 3^2$	333	$3^2 \cdot 37$
199	199	244	$2^2 \cdot 61$	289	17^2	334	$2 \cdot 167$
200	$2^3 \cdot 5^2$	245	$5 \cdot 7^2$	290	$2 \cdot 5 \cdot 29$	335	$5 \cdot 67$
201	$3 \cdot 67$	246	$2 \cdot 3 \cdot 41$	291	$3 \cdot 97$	336	$2^4 \cdot 3 \cdot 7$
202	$2 \cdot 101$	247	$13 \cdot 19$	292	$2^2 \cdot 73$	337	337
203	$7 \cdot 29$	248	$2^3 \cdot 31$	293	293	338	$2 \cdot 13^2$
204	$2^2 \cdot 3 \cdot 17$	249	$3 \cdot 83$	294	$2 \cdot 3 \cdot 7^2$	339	$3 \cdot 113$
205	$5 \cdot 41$	250	$2 \cdot 5^3$	295	$5 \cdot 59$	340	$2^2 \cdot 5 \cdot 17$