

SVET MATEMATIKE

Maks Rutar

**PRIROČNIK
IN
VAJE IZ MATEMATIKE
ZA
5. RAZRED
OSNOVNE ŠOLE**

Maks Rutar
Svet matematike
PRIROČNIK IN VAJE IZ MATEMATIKE ZA 5. RAZRED OSNOVNE ŠOLE

Recenzenta: prof. dr. Lidija Zadnik Stirn in prof. Ivan Galun
Jezikovni pregled: prof. Marta Pavlin

Izdalo in založilo: Založništvo JUTRO, © Jutro d.o.o., Ljubljana
Za založbo: Stane Kodrič

Tisk: Delo Tiskarna
6. natis, 2001

Literatura:

F. Galič, N. Kotnik, F. Oblak, I. Pucelj, F. Savnik, T. Uran:
MATEMATIKA ZA 5. RAZRED OSNOVNE ŠOLE, DZS, Ljubljana 1985
Leksikoni CZ: Matematika, Cankarjeva založba 1980
L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ARITMETICA, Le Monnier, Firenze 1990
L. Amendola, A. Egidi, G. Moreno: ALGEBRA, Le Monnier, Firenze 1990
G. Cammelli: NUMERI UTILI, Signorelli, Milano 1987

Slike:

Guida alla conoscenza della fisica: sl. 1, 2, 4, 5, 6, 14, 15; Elementi di fisica: sl. 3, 7, 9, 10, 11, 12; Matematika v nastajanju: sl. 17, 18; Der Sprach Brokhaus: sl. 8; Die Grosse Pharaonen: sl. 16; Amerika: sl. 19; Satovi: sl. 13; Ostale slike so delo avtorja knjige v sodelovanju s fotografom R. Gorjanom

Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje je dne 25. 3. 1997 s sklepom številka 612-55/97 potrdil SVET MATEMATIKE, Priročnik in vaje iz matematike za 5. razred osnovne šole, avtorja Maksa Rutarja kot učno s sredstvo za pouk matematike v 5. razredu osnovne šole.

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

51(075.2)(035)
51(075.2)(076.1)
372.851(075.2)(076.1)

Rutar, Maks

Svet matematike. Priročnik in vaje iz matematike za 5. razred osnovne šole /
Maks Rutar. - 6. natis. Ljubljana : Jutro, 2001

ISBN 961-6006-17-7
39841024

Naročila:

Jutro d.o.o., Črnuška c. 3, p.p. 4986, 1001 Ljubljana
ali

tel. 01 561-72-30, faks 01 561-72-35, E-pošta: JUTRO@SIOL.NET

PREDGOVOR

Avtor že vrsto let poučuje matematiko v osnovni šoli. Spoznal je, da tako učenci petih razredov kot učitelji potrebujejo matematični priročnik z vajami.

S knjigo SVET MATEMATIKE – PRIROČNIK IN VAJE IZ MATEMATIKE ZA 5. RAZRED OSNOVNE ŠOLE je želel izpolniti to vrzel in dokazati:

- da matematika ni le dolgočasen učni predmet,
- da je potrebna in koristna tudi pri drugih predmetih in na področju tehnike,
- da se je lahko s prizadevnim delom vsakdo nauči toliko, kot je potrebno.

Snov v knjigi je usklajena z veljavnim učnim načrtom matematike v 5. razredu osnovne šole. Vrstni red poglavij je avtor izbral na temelju dolgoletnih izkušenj pri podajanju predpisane snovi. Uvodni deli v posamezna poglavja, ki so napisani privlačno in so pogosto naslonjeni na učenčeve izkušnje ali pa znanja drugih predmetov, v prijetni obliki podajo učno snov poglavja. Njim pa sledijo številne naloge, ki so razvrščene od lažjih k težjim (označene z ♣). V vseh poglavjih je nalog za vajo, ponavljanje, utrjevanje in poglobljanje snovi resnično na pretek. Številne med njimi so tudi originalne, saj je avtor vanje vložil veliko truda, premislekov in tudi izvirnih pristopov.

Knjiga bo lahko služila za:

- domače delo učencem, ki potrebujejo več vaje (lažje naloge),
- učencem, ki bi želeli svoje znanje poglobiti in reševati naloge, ki presegajo učno snov (težje naloge) in
- učiteljem matematike v 5. razredu za popestritev pouka ali pri delu v matematičnih krožkih.

♣ – težje vaje

◇ – oznaka za začetek,

♦ – oznaka za konec snovi, ki presega učni načrt matematike za peti razred.

MATEMATIČNI ZNAKI

Znaki primerjanja:

=	je enako
≠	ni enako
≈	je približno enako
<	je manjše
>	je večje
≤	je manjše ali enako
≥	je večje ali enako

Znaki za operacije:

+	plus
-	minus
·	krat
:	deljeno
∪	unija
∩	preseka
×	premi produkt

Posebni znaki iz teorije množic:

∈	je element
∉	ni element
⊂	je podmnožica
{}, ∅	prazna množica
(a, b)	urejen par elementov a in b

Znaki iz geometrije

∠	izbočeni kot
⊘	vdrti kot
⊥	pravi kot
△	trikotnik
	je vzporedno
⊥	je pravokotno
°	stopinja
'	minuta
"	sekunda

ČRKE GRŠKE ABECEDA

A, α	alfa	I, ι	jota	P, ρ	rho
B, β	beta	K, κ	kapa	Σ, σ	sigma
Γ, γ	gama	Λ, λ	lambda	T, τ	tau
Δ, δ	delta	M, μ	mi	Υ, υ	ipsilon
E, ε	epsilon	N, ν	ni	Φ, φ	fi
Z, ζ	zeta	Ξ, ξ	ksi	H, η	hi
H, η	eta	O, o	omikron	Ψ, ψ	psi
θ, θ	theta	Π, π	pi	Ω, ω	omega

TUJKE V MATEMATIKI

V knjigi so v največji možni meri uporabljeni izključno slovenski izrazi. Marsikdaj pa se srečamo z uporabo tujk namesto enakovrednih slovenskih besed, zato je dobro, če jih za vsak primer poznamo.

SUBTRAKCIJA – odštevanje
minuend – zmanjševanec
subtrahend – odštevanelec (zmanjševalec)
diferenca – razlika

MULTIPLIKACIJA – množenje
multiplikand – 1. faktor (množenec)
multiplikator – 2. faktor (množitelj)
produkt – zmnožek
faktor – število, ki nastopa pri množenju

KARTEZIČNI PRODUKT – premi produkt

DIVIZIJA – deljenje
dividend – deljenec
divizor – deljitelj
kvocient – količnik

ADICIJA – seštevanje
sumand – seštevanelec
suma – vsota

KAZALO

IZJAVE	7
O MNOŽICAH	13
Pojem, zapis, diagram množice	13
Enake množice	22
Podmnožice dane množice	23
Presek množic	26
Unija množic	29
PREMI PRODUKT DVEH MNOŽIC	34
Urejeni pari	34
Graf premega produkta	36
MNOŽICA NARAVNIH ŠTEVIL	40
Odnosi med naravnimi števili	43
Soda in liha naravna števila	46
Upodobitev naravnih števil	48
RAČUNSKE OPERACIJE V MNOŽICI NARAVNIH ŠTEVIL	53
Seštevanje	53
Lastnosti seštevanja	54
Odštevanje in njegove lastnosti	60
Množenje	67
Lastnosti množenja	68
Množenje enakih faktorjev – potence	72
Deljenje in njegove lastnosti	76
Lastnosti, ki povezujejo osnovne računske operacije v mn. naravnih številih ..	81
Posebnosti števil 1 in 0	85
Velika naravna števila	88
IZRAZI Z NARAVNIMI ŠTEVILI	92
Izraz, vrednost izraza	92
Izrazi brez oklepajev	94
Izrazi z oklepaji	95
Diagram računskih operacij	103
Poimenovanje izrazov	112
Številski sestavi	117
Pojem spremenljivke	121
ENACHE IN NEENACHE	131
Pojem enačbe in rešitev enačbe	131
Reševanje enačb	136
Neenačbe	142
MERSKE ENOTE	146
Enote za merjenje dolžin	149
Enote za merjenje mase	160
Enote za merjenje časa	164

Enote za merjenje ploščine	169
Enote za merjenje prostornine	180
MNOŽICE TOČK	190
Črta, točka	191
Premica, ravnina	199
PODMNOŽICE PREMICE	206
Poltrak	206
Daljica	212
Razdalja med točkama, dolžina daljice, skladne daljice	216
ODNOSI MED GEOMETRIJSKIMI ELEMENTI	228
Medsebojna lega točke, premice in ravnine	228
Mesebojna lega dveh premic	234
PODMNOŽICE RAVNINE	244
Polravnina	244
Krožnica	250
KOT	265
Nekateri izbočeni koti	273
Primerjanje kotov po velikosti	278
Sokota, sovršna kota	286
Merjenje kotov	295
Računanje z enotami za merjenje kotov	302
Seštevanje	302
Odštevanje	303
Množenje in deljenje z naravnim številom	303
Razvrščanje kotov po velikosti	307
RAVNINSKI LIKI	315
Krog	316
Medsebojna lega premice in kroga	323
Krog in kot	330
Večkotniki	338
Trikotnik	342
Koti trikotnika	347
Štirikotnik	355
Koti štirikotnika	359
GEOMETRIJSKA TELESA	365
Oglata geometrijska telesa	368
Kvader	368
Kocka	370
Okrogla geometrijska telesa	371
Valj	371
Stožec	372
Krogla	372
ULOMKI	374
Pojem ulomka	374
Upodobitev ulomkov na številski premici	382
Enaki ulomki; razširjanje in krajšanje ulomkov	390

IZJAVE

Ljudje uporabljamo za sporazumevanje kretnje, zvoke, slike in besede. Tudi živali si izmenjujejo sporočila s pomočjo različnih zvokov in gibov. Vsaka vrsta ima razvit svojevrsten sistem, ki omogoča sporazumevanje med njenimi člani. Človeku pa je uspelo razviti bolj popoln način sporazumevanja - **GOVOR**. Tvorijo ga glasovi, ki so povezani v besede. Besede povezujemo v stavke. Ti so lahko taki, da z njimi nekaj pripovedujemo, sprašujemo, ukazujemo, izražamo svoje misli in občutke. V matematiki nas predvsem zanimajo stavki, ki izražajo neko trditev. Take stavke bomo imenovali izjave.

Pravimo, da je izjava stavek, katerega trditev lahko označimo za pravilno (p) ali nepravilno (n).

PRIMER

Ali bo jutri bo sonce? (Ta stavek ni izjava.)
 Triglav je najvišja gora v Sloveniji. (To je izjava, in sicer pravilna (p).)
 Slovenija je največja ameriška država. (Ta stavek je tudi izjava. Je nepravilna (n).
 Na zemljevidu Amerike ni Slovenije.)
 Nas pa bodo bolj zanimale matematične izjave.

PRIMER

Kvadrat je štirikotnik.	(p)
$111 : 3 = 37$	(p)
$15 - 8 = 15$	(n)
121 je večkratnik števila 11	(p)

◇ POMEN VEZNIKOV ALI IN IN V MATEMATIČNIH IZJAVAH

Skoraj nemogoče si je zamisliti pogovor, v katerem ne bi uporabili veznikov. Isti veznik ima lahko v različnih okoliščinah različen pomen.

Drugače pa je v matematiki in računalništvu. Da ne bi prišlo do zmešnjave, uporabljamo le veznike, ki imajo točno določen pomen. Najpomembnejša med njimi sta **ALI** in **IN**.

Poglejmo, kaj se zgodi, če dve izjavi povežemo z veznikom:

1. ALI

PRIMER 1

Oče reče sinu: "Za rojstni dan ti bom kupil kolo **ALI** računalnik." (Izjava C)

Ta očetova izjava je sestavljena iz dveh izjav:

"Kupil bom kolo." (Izjava A)

"Kupil bom računalnik." (Izjava B)

Izjavi A in B se ne izključujeta.

V katerih primerih je oče držal besedo (torej je njegova začetna izjava C pravilna)?

Če je kupil kolo, je A(p), B(n), C(p).

Če je kupil računalnik, je A(n), B(p), C(p).

Če je kupil oboje, je A(p), B(p), C(p).

Če ni kupil ne enega ne drugega, je A(n), B(n), C(n).

Iz tega primera si bomo zapomnili:

rezultat dveh z **ALI** povezanih izjav je nepravilna izjava samo, če sta obe izjavi nepravilni.

PRIMER 2

Janez se je odločil, da bo šel v soboto smučat.

"Peljal se bom z avtobusom ali z vlakom." (Izjava C)

"Odpeljem se z avtobusom." (Izjava A)

"Odpeljem se z vlakom." (Izjava B)

V katerih primerih bo izjava C pravilna?

Če se pelje z avtobusom, je A(p), B(n), C(p).

Če se pelje z vlakom, je A(n), B(p), C(p).

Če se pelje z avtomobilom, je A(n), B(n), C(n).

Če se pelje z avtobusom ali vlakom A(p) B(p), C(p).

(V našem primeru je sicer ta izjava nesmiselna, ker se Janez ne more istočasno peljati z avtobusom in vlakom, vendar izjavo C vseeno štejemo za pravilno.)

Vidimo, da je tudi v tem primeru izjava C nepravilna samo, ko sta obe izjavi, ki jo sestavljata, nepravilni.

2. IN

Ana se uči, medtem ko Gorazd pohaja.

Ana se uči, Gorazd pa pohaja.

Ana se uči, istočasno pa Gorazd pohaja.

Vsaka od teh povedi vsebuje dve izjavi.

Ana se uči. (Izjava A)

Gorazd pohaja. (Izjava B)

Razen stilnih sprememb se vsebina povedi ne spremeni, če uporabimo veznik **IN**. V matematiki in računalništvu vedno uporabljamo le veznik **IN**, kadar želimo povezati dva dogodka, ki se odvijata istočasno.

Ana se uči **IN** Gorazd pohaja. (Izjava C)

Kdaj je izjava C pravilna?

Očitno samo v primeru, če se Ana res uči (**A(p)**) in Gorazd res pohaja (**B(p)**).

V vseh ostalih primerih je izjava C nepravilna.

Zapomnili si bomo:

rezultat z **IN** povezanih izjav A in B je izjava, ki je pravilna samo v primeru, da sta hkrati pravilni izjavi A in B.

VAJE

1. Kateri od naslednjih stavkov so izjave?

a) Slon je največja kopenska žival.

b) Kit je riba.

c) Ali je Pariz lepši od Londona?

č) Ali je Danilo hiter?

d) Nadaljuj!

e) Pravokotnik ima pet stranic.

f) Slovenija nima morja.

g) Kanin je višji od Nanosa.

h) Drava je daljša od Save.

i) $145347786 : 739 = 19234$

j) Poišči rešitve!

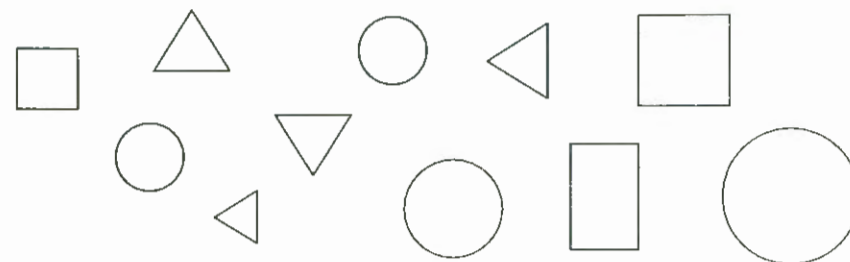
2. Sam se spomni in zapiši tri pravilne in tri nepravilne izjave.

3. Marko govori vedno same laži. Včeraj je odšel s prijatelji v živalski vrt. Med potjo je Borutu povedal, da ima psa Pikija. Igorju se je hvalil, da ima dva kasetofona in Matevžu je zaupal, da ima nov motor.

Katere od naslednjih izjav so pravilne in katere nepravilne?

- a) Marko je lažnivec.
 - b) Včeraj je odšel s prijatelji v živalski vrt.
 - c) Marko ima prijatelja z imenom Borut.
 - č) Marko ima dva kasetofona.
 - d) Marko ima psa Pikija.
 - e) Matevž je odšel včeraj z Markom v živalski vrt.
 - f) Marko ima nov motor.
 - g) Igor je Markov prijatelj.
4. Vse pravilne izjave iz prejšnje naloge zapiši tako, da bodo nepravilne, in obratno.
5. Pazljivo preberi naslednji sestavek in ugotovi pravilnost ali nepravilnost izjav.
- ARISTOTEL je bil grški filozof, ki je živel od leta 384 do 322 pred našim štetjem. Bil je učitelj kralja Aleksandra Makedonskega, za časa katerega je dosegla antična Grčija največji razcvet. Njegovi učenci so se med študijem sprehajali po senčnih sprehajališčih. Verjel je, da je Zemlja središče vesolja in da ima vesolje obliko krogle. Učil je, da se planeti vrtijo okoli Zemlje v krogu.
- a) Aristotel je bil filozof.
 - b) Aristotel je bil Rimljan.
 - c) Aristotelovi učenci so morali sedeti v klopih.
 - č) Aristotel ni umrl leta 233 pred našim štetjem.
 - d) Aleksander Makedonski je bil Aristotelov učenec.
 - e) Aleksander Makedonski ni bil grški kralj.
 - f) Zemlja kroži okoli Sonca.
 - g) Zemlja ni središče vesolja.
 - h) Vesolje ima obliko krogle.
 - i) Sonce se vrti okoli Zemlje.
 - j) Aristotel je imel glede gibanja planetov prav.
 - k) Sonce se ne vrti okoli Zemlje.
6. Zapiši tri pravilne in tri nepravilne izjave, ki se nanašajo na Aristotelovo življenje in delo.
7. Zapiši po pet sestavljenih izjav, v katerih uporabiš veznika *ALI* in *IN*.

8. Dobro si ogledaj sliko in ugotovi pravilnost izjav.



Na sliki:

- a) so štiri trikotniki,
- b) ni petih štirikotnikov,
- c) so natanko trije krogi,
- č) sta dva kvadrata,
- d) so trije pravokotniki.

Na sliki lahko pobarvam:

- e) dva kvadrata in štiri kroge,
- f) tri kroge in pet trikotnikov,
- g) dva kroga ali tri kroge,
- h) tri kvadrate ali štiri kroge,
- i) pet trikotnikov ali en petkotnik,
- j) tri pravokotnike in en krog,
- k) en kvadrat in en krog in tri trikotnike,
- l) dva kroga in en trikotnik in tri kvadrate,
- m) dva trikotnika ali dva kvadrata ali dva kroga,
- n) pet krogov ali en trikotnik ali tri štirikotnike,
- o) štiri kvadrate ali pet trikotnikov ali šest krogov.

9. Pazljivo preberi naslednje izjave in ugotovi njihovo pravilnost.

- a) $7 > 4$ in $13 > 9$
- b) $7 < 4$ in $9 > 13$
- c) $7 + 18 = 25$ in $36 : 9 = 4$
- č) $28 : 4 = 7$ ali $28 : 4 = 6$
- d) Kvadrat je štirikotnik in pravokotnik.
- e) Pravokotnik ima štiri stranice in pet oglišč.
- f) Trikotnik ima tri stranice in tri oglišča.
- g) 17 je večje od 15 in manjše od 20.
- h) 1 je manjše od 2 in večje od 0.
- i) 5 je večje od 6 ali manjše od 4.

10. Boštjan je trdil: "Aleš ima kolo ali motor!"

Mi pa vemo, da:

- a) Ima Aleš samo kolo.
- b) Ima Aleš kolo in motor.
- c) Aleš nima niti kolesa niti motorja.
- d) Ima Aleš samo motor.

V katerem od navedenih primerov Boštjan laže?

REŠITVE

1.: Izjave so primeri a), b), e), f), g), h) in i).

3.: Pravilne izjave so v primerih a), b), c), e) in g).

Nepravilne izjave so primeri č), d) in f).

- 4.: a) Marko ni lažnivec. (n)
 b) Včeraj ni odšel s prijatelji v živalski vrt. (n)
 c) Marko nima prijatelja z imenom Borut. (n)
 č) Marko nima dveh kasetofonov. (p)
 d) Marko nima psa Pikija. (p)
 e) Matevž včeraj ni odšel z Markom v živalski vrt. (n)
 f) Marko nima novega motorja. (p)
 g) Igor ni Markov prijatelj. (n)

- 5.: a) (p) č) (p) f) (p) i) (n)
 h) (n) d) (p) g) (p) j) (n)
 c) (n) e) (n) h) (n) k) (p)

- 8.: a) (p) d) (p) h) (p) l) (n)
 b) (p) e) (p) i) (n) m) (p)
 c) (n) f) (n) j) (p) n) (p)
 č) (p) g) (p) k) (p) o) (n)

- 9.: a) (p) c) (p) d) (p) f) (p) h) (p)
 h) (n) č) (p) e) (n) g) (p) i) (n)

10.: Boštjan laže v primeru c).

O MNOŽICAH

POJEM, ZAPIS, DIAGRAM MNOŽICE

V vsakdanjem govoru uporabljamo različne besede, s katerimi označujemo več stvari zbranih skupaj.

Na primer: "**jata**" ptic, "**trop**" volkov, "**gruča**" otrok, "**oddelek**" učencev, "**zbirka**" sličic, "**kolona**" avtomobilov in podobno.

V matematiki pa uporabljamo samo besedo **MNOŽICA**.

Množice so, na primer: črke abecede, desetiške cifre, stoli v učilnici. Črka, cifra, stol pa so **elementi** teh množic.

Množice označujemo z velikimi črkami, podamo pa jih lahko na dva načina.

1. NAČIN

Z naštetjem elementov množice.

V zavitem oklepaju naštejemo vse elemente množice.

PRIMER

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

2. NAČIN (Opisno, z navajanjem lastnosti elementov množice)

Če ima množica preveč elementov, da bi jih lahko vse našteali, povemo v oklepaju lastnosti, ki pripadajo elementom te množice. Te lastnosti morajo elemente množice enolično določati, kar pomeni, da jih morajo nedvoumno ločiti od podobnih stvari.

PRIMER

Množica B je množica slovenskih besed s štirimi črkami.

$$B = \{x; x \text{ je slovenska beseda s štirimi črkami}\}$$

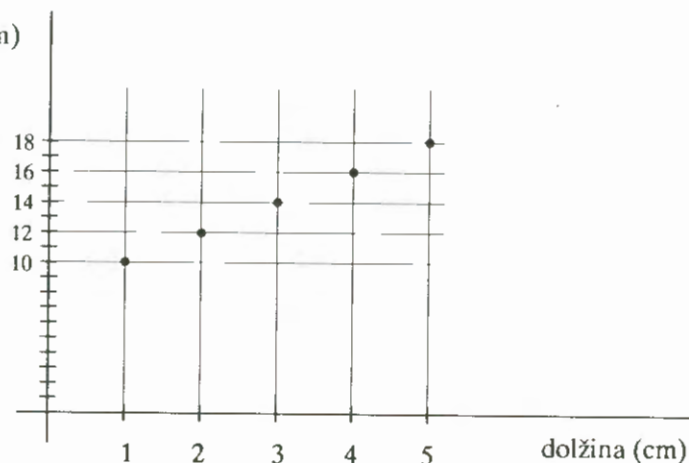
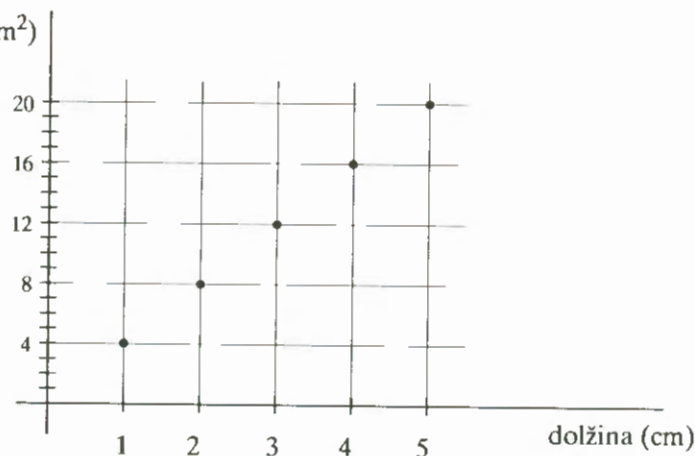
15.:

x	3	5	6	10
$30 : x$	10	6	5	3

16.:

a	1	2	3	4	5
$o = 2 \cdot a + 2 \cdot 4$	10	12	14	16	18
$p = a \cdot 4$	4	8	12	16	20

obseg (cm)

ploščina (cm²)

17.:

x	1	2	3	4	5	6
$2 \cdot (100 \cdot x + 75)$	350	550	750	950	1150	1350

ENAČBE IN NEENAČBE

POJEM ENAČBE IN REŠITEV ENAČBE

Preberi naslednja vprašanja.

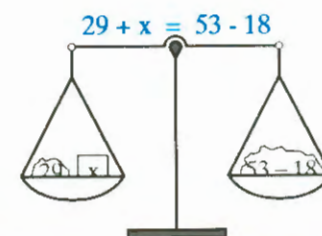
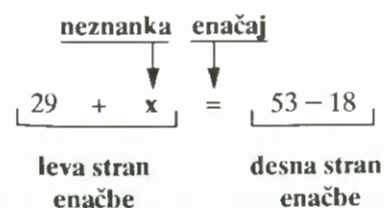
1. Katero število moraš prišteti številu 29, da dobiš razliko števil 53 in 18?
2. S katerim številom moraš pomnožiti število 12, da dobiš vsoto števil 49 in 11?

Če število, po katerem sprašujejo gornje povedi, označimo z x , lahko vprašanja zapišemo v matematični obliki.

1. $29 + x = 53 - 18$
2. $x \cdot 12 = 49 + 11$

Te zapise imenujemo enačbe. **Enačba je zapis, v katerem sta izenačena dva izraza.** Izrazu levo od enačaja pravimo **leva stran** enačbe, izrazu desno od enačaja pa **desna stran** enačbe.

Neznano število, ki ga ponavadi označimo s črkami x , y ali z , imenujemo **neznanka**.



Rešiti enačbo pomeni poiskati take vrednosti neznanke, da bo vrednost leve strani enačbe enaka vrednosti desne strani.

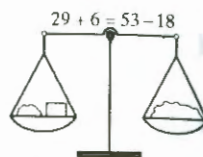
Kadar dobimo vsa taka števila, jih zberemo v **množico rešitev**, ki jo označimo z R .

PRIMER 1

$$29 + x = 53 - 18$$

	Leva stran	Desna stran
x	$29 + x$	$53 - 18$
0	29	35
1	30	35
2	31	35
3	32	35
približujemo se številu, pri katerem bo vrednost leve strani enaka vrednosti desne.		
4	33	35
5	34	35
6	35	35
7	36	35
8	37	35
9	38	35

razlika med levo in desno stranjo se veča, zato sklepamo, da ni potrebno iskati naprej.



$$\underline{\underline{x = 6}}$$

$$R = \{6\}$$

Preizkus: $29 + x = 53 - 18$
 $29 + 6 = 53 - 18$
 $35 = 35$

PRIMER 2

$$x \cdot 12 = 49 + 11$$

x	$x \cdot 12$	$49 + 11$
0	0	60
1	12	60
2	24	60
3	36	60
4	48	60
5	60	60
6	72	60
7	84	60

$$\underline{\underline{x = 5}}$$

$$R = \{5\}$$

Preizkus: $x \cdot 12 = 49 + 11$
 $5 \cdot 12 = 49 + 11$
 $60 = 60$

VAJE

- Ali je število 15 rešitev enačbe $2 \cdot x + 7 = 45 - 8$?
- Ali je v množici $A = \{0, 1, 2, 3\}$ rešitev enačbe $18 = 3 \cdot y$?
- Katero naravno število je rešitev enačbe $z + 7 = 6$?
- Katera števila iz množice $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ so rešitve enačbe $x \cdot x = 2 \cdot x$?
- Med naravnimi števili poišči tista, ki so rešitve enačbe $x = 6 - x$.
- Za katera naravna števila y velja $0 \cdot y = 0$?
- Zapiši množico rešitev enačbe $2 \cdot x + 1 = 15$.

Reši enačbe in naredi preizkus.

- | | | | |
|-------------------|------------------------|-------------------|---------------------|
| 8. $17 + x = 29$ | 13. $47 = 63 - z$ | 18. $z - 8 = 8$ | 23. $y : 15 = 15$ |
| 9. $x + 21 = 38$ | 14. $7 \cdot x = 42$ | 19. $23 = z - 23$ | 24. $0 \cdot x = 1$ |
| 10. $53 = y + 35$ | 15. $81 : x = 3$ | 20. $x : 9 = 5$ | 25. $z : 5 = 0$ |
| 11. $75 = 48 + y$ | 16. $105 = 15 \cdot y$ | 21. $54 : x = 54$ | |
| 12. $16 - z = 11$ | 17. $200 = y \cdot 10$ | 22. $12 = y : 5$ | |

Zapiši enačbe po besedilu nalog in jih reši.

- Kateremu številu moraš prišteti 55, da dobiš 88?
- Katero število moraš prišteti številu 61, da dobiš število 131?
- H kateremu številu moraš prišteti 42, da dobiš zmnožek števil 9 in 8?
- Če neko število pomnožiš z 8, dobiš 96. Za katero število to velja?
- Katero število moraš pomnožiti s 16, da dobiš vsoto števil 32 in 64?
- Od katerega števila moraš odšteti 47, da dobiš 47?
- Katero število moraš odšteti od 47, da dobiš 47?
- Če neko število deliš z 10, dobiš 100. Za katero število to velja?
- Neko število sem delil z 11 in dobil razliko števil 43 in 29. Katero število sem delil z 11?
- Če od nekega števila odštejem 38, dobim zmnožek števil 38 in 5. Za katera števila to velja?
- Če neko število delim s 15, dobim isto, kot če ga delim z 10. Za katera števila to velja?
- Če neko naravno število pomnožim z 1, dobim isto, kot če ga delim z 1. Za katera naravna števila to velja?

REŠITVE

1.: $2 \cdot x + 7 = 45 - 8$

$2 \cdot 15 + 7 = 37$

$37 = 37$ Da.

2.: Ne, ker je $y = 6$.

3.: Nobeno naravno število ni rešitev enačbe $z + 7 = 6$, se pravi, da je $R = \{ \}$.

4.: $R = \{0, 2\}$

5.: $R = \{3\}$

6.: Velja za vsa naravna števila; $R = N$.

7.: $R = \{7\}$

8.: $\underline{x = 12}$ $R = \{12\}$

9.: $\underline{x = 17}$ $R = \{17\}$

10.: $\underline{y = 18}$ $R = \{18\}$

11.: $\underline{y = 27}$ $R = \{27\}$

12.: $\underline{z = 5}$ $R = \{5\}$

13.: $\underline{z = 16}$ $R = \{16\}$

14.: $\underline{x = 6}$ $R = \{6\}$

15.: $\underline{x = 27}$ $R = \{27\}$

16.: $\underline{y = 7}$ $R = \{7\}$

17.: $\underline{y = 20}$ $R = \{20\}$

18.: $\underline{z = 16}$ $R = \{16\}$

19.: $\underline{z = 46}$ $R = \{46\}$

20.: $\underline{x = 45}$ $R = \{45\}$

21.: $\underline{x = 1}$ $R = \{1\}$

22.: $\underline{y = 60}$ $R = \{60\}$

23.: $\underline{y = 225}$ $R = \{225\}$

24.: $R = \{ \}$

25.: $\underline{z = 0}$ $R = \{0\}$

26.: $x + 55 = 88$

$\underline{x = 33}$

Prišteti moraš 33.

$R = \{33\}$

27.: $61 + x = 131$

$\underline{x = 70}$

Prišteti moraš 70.

$R = \{70\}$

28.: $x + 42 = 9 \cdot 8$

$x + 42 = 72$

$\underline{x = 30}$

Prišteti moraš 30.

$R = \{30\}$

29.: $x \cdot 8 = 96$

$\underline{x = 12}$

To velja za število 12.

$R = \{12\}$

30.: $x \cdot 16 = 32 + 64$

$x \cdot 16 = 96$

$\underline{x = 6}$

Pomnožiti moraš število 6.

$R = \{6\}$

31.: $x - 47 = 47$

$\underline{x = 94}$

Odšteti moraš od števila 94.

$R = \{94\}$

32.: $47 - x = 47$

$\underline{x = 0}$

Odšteti moraš 0.

$R = \{0\}$

33.: $x : 10 = 100$

$\underline{x = 1000}$

To velja za število 1000.

$R = \{1000\}$

34.: $x : 11 = 43 - 29$

$x : 11 = 14$

$\underline{x = 154}$

Delil sem število 154.

$R = \{154\}$

35.: $x - 38 = 38 \cdot 5$

$x - 38 = 190$

$\underline{x = 228}$

To velja za število 228.

$R = \{228\}$

36.: $x : 15 = x : 10$

$\underline{x = 0}$

To velja za število 0.

$R = \{0\}$

37.: $x \cdot 1 = x : 1$

$R = N$

To velja za vsa naravna števila.

REŠEVANJE ENAČB

V prejšnjem poglavju smo rekli, da rešiti enačbo pomeni poiskati take vrednosti neznanke, pri katerih je vrednost leve strani enačbe enaka vrednosti desne strani.

PRIMER 1

$$57 + x = 39 + 21$$

x	57 + x	39 + 21
0	57	60
1	58	60
2	59	60
3	60	60
4	61	60
5	61	60

$$\underline{x = 3}$$

$$R = \{3\}$$

Preizkus:

$$57 + x = 39 + 21$$

$$57 + x = 39 + 21$$

$$57 + 3 = 60$$

$$60 = 60$$

Reševati enačbe na ta način pa je lahko zelo zamudno.

(Predstavljajte si, da je rešitev $x = 3742$).

Poznavanje lastnosti seštevanja, odštevanja, množenja in deljenja nam omogoča, da rešimo enačbo na bolj preprost način.

PRIMER 2

$$57 + x = 39 + 21$$

Izračunamo vrednost leve ali desne strani, če je to možno (v našem primeru desne strani).

$$57 + x = 60$$

Enačba nam pove, da je vsota dveh števil enaka 60. Neznani seštevanec x dobimo tako, da od vsote (60) odštejemo znani seštevanec (57).

$$x = 60 - 57$$

$$\underline{x = 3}$$

$$R = \{3\}$$

PRIMER 3

$$78 = 87 - x$$

Vrednost leve strani enačbe poznamo, vrednost desne strani pa ne moremo izračunati (odvisna je od neznanke x , katere vrednost šele iščemo). Vidimo pa, da je neznano število odštevanec. Tega izračunamo tako, da od zmanjševanja (87) odštejemo razliko (78).

$$x = 87 - 78$$

$$\underline{x = 9}$$

$$R = \{9\}$$

PRIMER 4

$$x - 6 \cdot 4 = 94 - 46$$

Enačba pravi, da od števila x odštejemo zmnožek $6 \cdot 4$ in dobimo razliko $94 - 46$. Nas najprej zanima, koliko odštejemo in koliko dobimo.

$$x - 24 = 48$$

Od števila x odštejemo 24 in dobimo 48. Neznano število x je zmanjševanec, ki ga izračunamo tako, da razliki (48) prištejem odštevanec (24).

$$x = 48 + 24$$

$$\underline{x = 72}$$

$$R = \{72\}$$

PRIMER 5

$$x \cdot 9 = 6 \cdot (12 + 3)$$

Izračunamo vrednost izraza na desni strani enačbe.

$$x \cdot 9 = 6 \cdot 15$$

$$x \cdot 9 = 90$$

Neznano število x je eden od faktorjev. Tega izračunamo tako, da zmnožek (90) delimo z drugim faktorjem (9).

$$x = 90 : 9$$

$$\underline{x = 10}$$

$$R = \{10\}$$

PRIMER 6

$$x : (46 - 39) = 8$$

$$x : 7 = 8$$

$$x = 8 \cdot 7$$

$$\underline{x = 56}$$

$$R = \{56\}$$

Neznano število x delimo z razliko $46 - 39$ in dobimo 8. Neznano število je deljenec, koliko pa je delitelj?

Delitelj je 7. Neznano število x je deljenec; kako ga izračunamo?

Tako, da količnik (8) pomnožimo z deliteljem (7).

PRIMER 7

$$126 : x = 3 \cdot 11 - 15$$

$$126 : x = 33 - 15$$

$$126 : x = 18$$

$$x = 126 : 18$$

$$\underline{x = 7}$$

$$R = \{7\}$$

Izračunamo lahko vrednost desne strani enačbe.

S tem smo izračunali količnik, neznan pa je še vedno delitelj x . Tega izračunamo tako, da deljenec (126) delimo s količnikom (18).

Tako, sedaj pa se preizkusi sam. Bodi pozoren tudi na **obliko**, saj veliko napak nastane zaradi slabe preglednosti.

VAJE

1. $x + 86 = 97$

2. $324 + x = 731$

3. $x + 175 = 29 \cdot 13$

4. $3 \cdot 96 + x = 5 \cdot (48 + 39)$

5. $53 + x + 81 = 6 \cdot 27 + 4 \cdot 27$

6. $503 + (x + 127) = 1009$

13. $1810 - z = 1809$

14. $1785 = 2580 - z$

15. $3636 : 36 - z = 100$

7. $y - 19 = 31$

8. $165 = y - 52$

9. $1503 : 9 = y - 192$

10. $y - 16 \cdot 7 = (16 + 19) \cdot 2 - 44$

11. $9880 : 95 = y - (61 + 31)$

12. $y - 38 - 37 = 18 \cdot 34 - 15 \cdot 23$

16. $9 \cdot 12 \cdot 3 - z = 7 \cdot (87 - 79)$

17. $128 + 8 \cdot 15 - z = 1984 : 8$

18. $673 - (z + 5) = 10 \cdot (9 \cdot 15 - 3 \cdot 24)$

19. $11 \cdot x = 209$

20. $x \cdot 36 = 3996$

21. $15 \cdot 30 \cdot 7 = 25 \cdot x$

22. $(34 + 25 + 41) \cdot x = 22 \cdot 100 + 28 \cdot 100$

23. $2 \cdot x \cdot 14 = (35 + 21) \cdot (35 - 22)$

24. $6 \cdot x + 9 \cdot x + 5 \cdot x = (15 + 5) \cdot (97 - 27) \cdot (1001 - 999)$

25. $y : 13 = 13$

26. $450 = y : 45$

27. $y : (95 - 81) = 109 - 33 \cdot 3$

28. $3 = y : (31 \cdot 5 - 29 \cdot 4)$

29. $y : (1777 - 999) = 65 + 18 \cdot 2 - 4 \cdot 25$

30. $(y + 18) : 35 = (485 + 215) : 35$

31. $144 : z = 18$

32. $32 = 1024 : z$

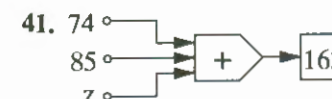
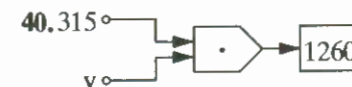
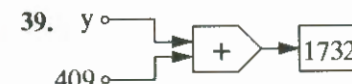
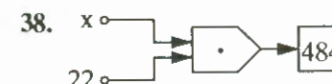
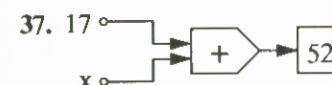
33. $720 : z = 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$

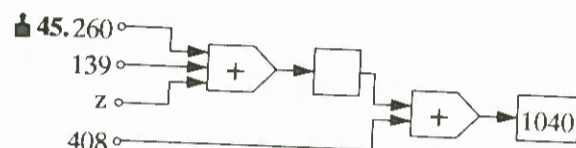
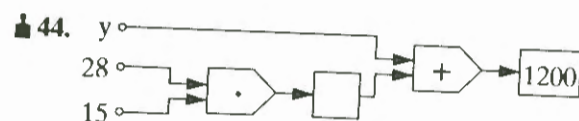
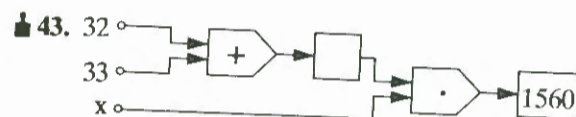
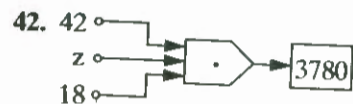
34. $(31 \cdot 9 - 19 \cdot 5 - 46 \cdot 4) : z = 0$

35. $(44 + 11 \cdot 8) : z = 3 \cdot 11 + 2 \cdot 11 + 11$

36. $85 : z + 40 : z - 35 : z = 45 \cdot 32 - 31 \cdot 45$

Diagrami prikazujejo izraze, v katerih so nekatera števila neznana. Zapiši pripadajoče enačbe in jih reši.





Naslednje naloge pazljivo preberi, zapiši enačbo po besedilu naloge, jo reši in oblikuj odgovor.

46. Nekemu številu sem prištel 209 in dobil 481. kateremu številu sem prištel 209?
47. Katero število moraš prišteti številu 2063, da dobiš 3051?
48. Neko število sem pomnožil s 67 in dobil 4489. Katero število sem množil s 67?
49. Jana je število svojih let pomnožila z največjim dvomestnim številom in dobila 1188. Koliko let ima Jana?
50. Če od nekega števila odšteješ zmnožek $19 \cdot 27$, dobiš 141. Od katerega števila moraš odšteti ta zmnožek.
51. Borut bo čez 20 let star toliko, kot je bil njegov ded pred 30 leti. Koliko je star Borut, če ima njegov ded 55 let?
52. Na vprašanje, koliko je visok, je Matej odgovoril: "Če bi bil 25 cm višji, bi mi do dveh metrov manjkala še dva decimetra." Koliko je visok Matej?
53. Če neko število odšteješ od zmnožka števil 48 in 55, dobiš količnik števil 35200 in 55. Katero število odšteješ?
54. Janko je v knjigarni porabil 320 SLT, v papirnici 145 SLT in v slaščičarni 75 SLT. Koliko denarja je imel pri sebi, če mu je ostalo še 50 SLT?

REŠITVE

- | | | | |
|----------|------------|----------|--------------|
| 1.: 11 | 5.: 136 | 9.: 359 | 13.: 1 |
| 2.: 407 | 6.: 379 | 10.: 138 | 14.: 795 |
| 3.: 202 | 7.: 50 | 11.: 196 | 15.: 1 |
| 4.: 147 | 8.: 217 | 12.: 342 | 16.: 268 |
| 17.: 0 | 22.: 50 | 27.: 140 | 32.: 32 |
| 18.: 38 | 23.: 26 | 28.: 117 | 33.: 1 |
| 19.: 19 | 24.: 140 | 29.: 778 | 34.: $R = N$ |
| 20.: 111 | 25.: 169 | 30.: 682 | 35.: 2 |
| 21.: 126 | 26.: 20250 | 31.: 8 | 36.: 2 |
- 42.: $42 \cdot z \cdot 18 = 3780$
 $\underline{\underline{z = 5}}$
- 43.: $(32 + 33) \cdot x = 1560$
 $\underline{\underline{x = 24}}$
- 44.: $y + 15 \cdot 28 = 1200$
 $\underline{\underline{y = 780}}$
- 45.: $(260 + 139 + y) + 408 = 1040$
 $\underline{\underline{y = 233}}$
- 37.: $17 + x = 52$
 $\underline{\underline{x = 35}}$
- 38.: $x \cdot 22 = 484$
 $\underline{\underline{x = 22}}$
- 39.: $y + 409 = 1732$
 $\underline{\underline{y = 1323}}$
- 40.: $315 \cdot y = 1260$
 $\underline{\underline{y = 4}}$
- 41.: $74 + 85 + z = 163$
 $\underline{\underline{z = 4}}$
- 46.: $x + 209 = 481$
 $\underline{\underline{x = 272}}$
- 47.: $2063 + x = 3051$
 $\underline{\underline{x = 988}}$
- 48.: $67 \cdot x = 4489$
 $\underline{\underline{x = 67}}$
- 49.: $x \cdot 99 = 1188$
 $\underline{\underline{x = 12}}$
- 209 sem prištel številu 272.
- Prišteti moraš 988.
- Število 67 sem pomnožil s samim sabo.
- Jana je stara 12 let.

50.: $x - 19 \cdot 27 = 141$

$x = 654$

Odšteti moraš od števila 654.

51.: $x + 20 = 55 - 30$

$x = 5$

Borut je star 5 let.

52.: $x + 25 = 200 - 20$

$x = 155$

Matej je visok 155 cm.

53.: $48 \cdot 55 - x = 35200 : 55$

$x = 2000$

Odšteješ število 2000.

54.: $x - (320 + 145 + 75) = 50$

$x = 590$

Imel je 590 SLT.

NEENAČBE

Odgovori na vprašanja.

1. Katera števila iz množice N_0 so manjša od 7?
2. Katera naravna števila lahko prišteješ številu 4, da bo dobljena vsota večja od 11?

V matematični obliki lahko obe vprašanji zapišemo tako:

1. $x < 7; x \in N_0$

2. $4 + x > 11; x \in N$

Take zapise imenujemo neenačbe.

Neenačba je zapis, s katerim ugotovimo odnos velikosti med dvema neenakima številoma ali izrazoma.

Kako neenačbo rešimo?

Vsakič, ko si za vrednost neznanke izberemo število iz predpisane množice, preide neenačba v izjavo. Ta je lahko pravilna ali nepravilna.

$x \in N_0$

x	$x < 7$	
0	$0 < 7$	(p)
1	$1 < 7$	(p)
2	$2 < 7$	(p)
3	$3 < 7$	(p)
4	$4 < 7$	(p)
5	$5 < 7$	(p)
6	$6 < 7$	(p)
7	$7 < 7$	(n)
8	$8 < 7$	(n)
9	$9 < 7$	(n)
.	.	.
.	.	.
.	.	.

$x \in N$

x	$4 + x > 11$	
1	$4 + 1 > 11$	(n)
2	$4 + 2 > 11$	(n)
3	$4 + 3 > 11$	(n)
4	$4 + 4 > 11$	(n)
5	$4 + 5 > 11$	(n)
6	$4 + 6 > 11$	(n)
7	$4 + 7 > 11$	(n)
8	$4 + 8 > 11$	(p)
9	$4 + 9 > 11$	(p)
10	$4 + 10 > 11$	(p)
.	.	.
.	.	.
.	.	.

Vsa tista števila, pri katerih smo dobili pravilne izjave, so rešitve neenačbe in sestavljajo množico rešitev R .

Zapisali bomo:

$x < 7; x \in N_0$

$R = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

$4 + x > 11; x \in N$

$R = \{8, 9, 10, \dots\}$

VAJE

Katera števila iz množice A so rešitev neenačbe?

1. $x < 17$

$A = \{6, 12, 18, 24, 30\}$

2. $x > 8$

$A = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$

3. $x + 3 > 12$

$A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

4. $24 < 11 + x$

$A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$

5. $3 \cdot 7 > 2 \cdot x$

$A = \{5, 10, 15, 20, 25\}$

6. $4 \cdot x + 3 > 10$

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

7. $17 < 8 + 3 \cdot x$

$A = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$

8. $x \cdot x \leq 100$

$A = \{0, 1, 2, \dots, 20\}$

9. $6 \cdot x + 1 > 7 \cdot x$

$A = N_0$

10. $3 \cdot x + 2 < x + 12$

$A = N_0$

Zapiši elemente množic.

11. $A = \{x; x \in N_0 \text{ in } 15 > x > 6\}$
 12. $B = \{x; x \in N_0 \text{ in } 5 \cdot x \leq 40\}$
 13. $C = \{x; x \in N_0 \text{ in } 10 < 60 : x\}$
 14. $D = \{x; x \in N_0 \text{ in } 20 > 3 \cdot x > 10\}$
 15. $E = \{x; x \in N_0 \text{ in } 200 > 100 \cdot x > 100\}$

Reši neenačbe, če je $x \in N_0$. (Zapiši množico rešitev.)

16. $x > 0$ 22. $17 \geq x + 7$ 27. $18 \cdot 5 - 63 < 12 \cdot x$
 17. $9 < x$ 23. $38 - x > 29$ ♣ 28. $2 \cdot (x + 1) \leq 16$
 18. $7 \cdot x < 30$ 24. $26 > x + 17$ ♣ 29. $x + 18 > 3 \cdot x$
 19. $x + 5 < 13$ 25. $191 - x \geq 191$ ♣ 30. $4 \cdot x > 3 \cdot x + 8$
 20. $x + 1 < 5$ 26. $142 > 151 + x$ ♣ 31. $2 \cdot x + 6 > 4 \cdot x$
 21. $15 > x + 8$

32. Zapiši najmanjši in največji element množice rešitev neenačbe $78 + x < 1741$, če je $x \in N_0$.

33. Koliko naravnih števil je rešitev neenačbe $45 > 13 + x$? Katero je najmanjše?

34. Zapiši največje in najmanjše naravno število, ki je rešitev neenačbe $x + 236 \leq 6507$.

35. Maja ima 180 SLT. Največ koliko čokolad po 25 SLT si lahko kupi?

♣ 36. V gledališču je 540 sedežev. Največ koliko vstopnic je na razpolago za predstavo, če je 18 rezerviranih za novinarje in polovica za abonmaje?

♣ 37. Ko je odšel Danilo po nakupih, je imel s sabo 260 SLT. Kupil je 3 kg pomaranč in 2 kg krompirja. Na poti domov si je zaželel sladoled. Največ koliko kepic si lahko privošči, če je cena ene 12 SLT? Kilogram pomaranč stane 55 SLT, krompirja pa 28 SLT.

♣ 38. Hotel razpolaga z 38 enopostelnimi, 44 dvopostelnimi in 9 tropostelnimi sobami. Koliko gostov lahko še sprejmejo v tem hotelu, če je z gosti zasedenih 7 dvoposteljnih in 4 troposteljne sobe, 15 zaposlenih pa prebiva v enoposteljnih sobah?

♣ 39. Na zemljišču kvadratne oblike, ki meri $1600 m^2$, bi radi zgradili hišo s čimvečjim kvadratnim tlorisom tako, da bi nam ostalo še najmanj $1200 m^2$ za vrt. Največ koliko m bo merila stranica hiše?

REŠITVE

- 1.: $R = \{6, 12\}$ 6.: $R = \{2, 3, 4, 5\}$
 2.: $R = \{9, 12, 15, 18\}$ 7.: $R = \{4, 5, \dots, 10\}$
 3.: $R = \{10\}$ 8.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$
 4.: $R = \{16, 20\}$ 9.: $R = \{0\}$
 5.: $R = \{5, 10\}$ 10.: $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 11.: $A = \{7, 8, 9, \dots, 14\}$ 16.: $R = N$
 12.: $B = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ 17.: $R = \{10, 11, 12, \dots\}$
 13.: $C = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 18.: $R = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
 14.: $D = \{4, 5, 6\}$ 19.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$
 15.: $E = \{ \}$ 20.: $R = \{0, 1, 2, 3\}$
 21.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 6\}$ 27.: $R = \{3, 4, 5, \dots\}$
 22.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ 28.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 7\}$
 23.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ 29.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$
 24.: $R = \{0, 1, 2, \dots, 8\}$ 30.: $R = \{9, 10, 11, \dots\}$
 25.: $R = \{0\}$ 31.: $R = \{0, 1, 2\}$
 26.: $R = \{ \}$ 32.: $R = \{0, \dots, 1662\}$

33.: $R = \{1, 2, 3, \dots, 31\}$

V množici rešitev je 31 elementov, najmanjši je 1.

34.: $R = \{1, \dots, 6271\}$

35.: $x \cdot 25 \leq 180$

$R = \{0, 1, \dots, 7\}$

Maja si lahko kupi največ 7 čokolad.

36.: $18 + 270 + x \leq 540$

$R = \{0, 1, 2, \dots, 252\}$

Na razpolago je največ 252 vstopnic.

37.: $3 \cdot 55 + 2 \cdot 28 + x \cdot 12 \leq 260$

$R = \{0, 1, 2, 3\}$

Danilo si lahko kupi največ 3 kepace sladoleda.

38.: $2 \cdot 7 + 4 \cdot 3 + 15 + x \leq 2 \cdot 44 + 3 \cdot 9 + 38$

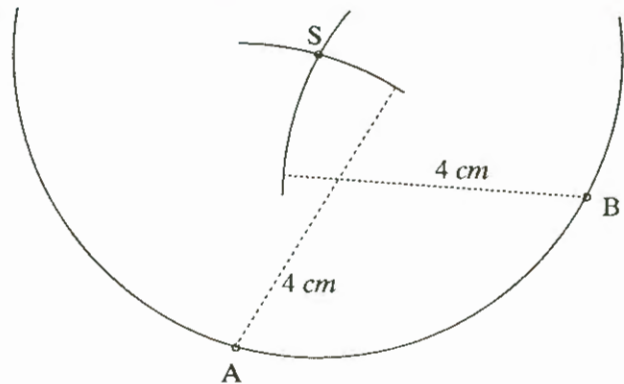
$R = \{0, 1, 2, \dots, 112\}$

Hotel lahko sprejme še največ 112 gostov.

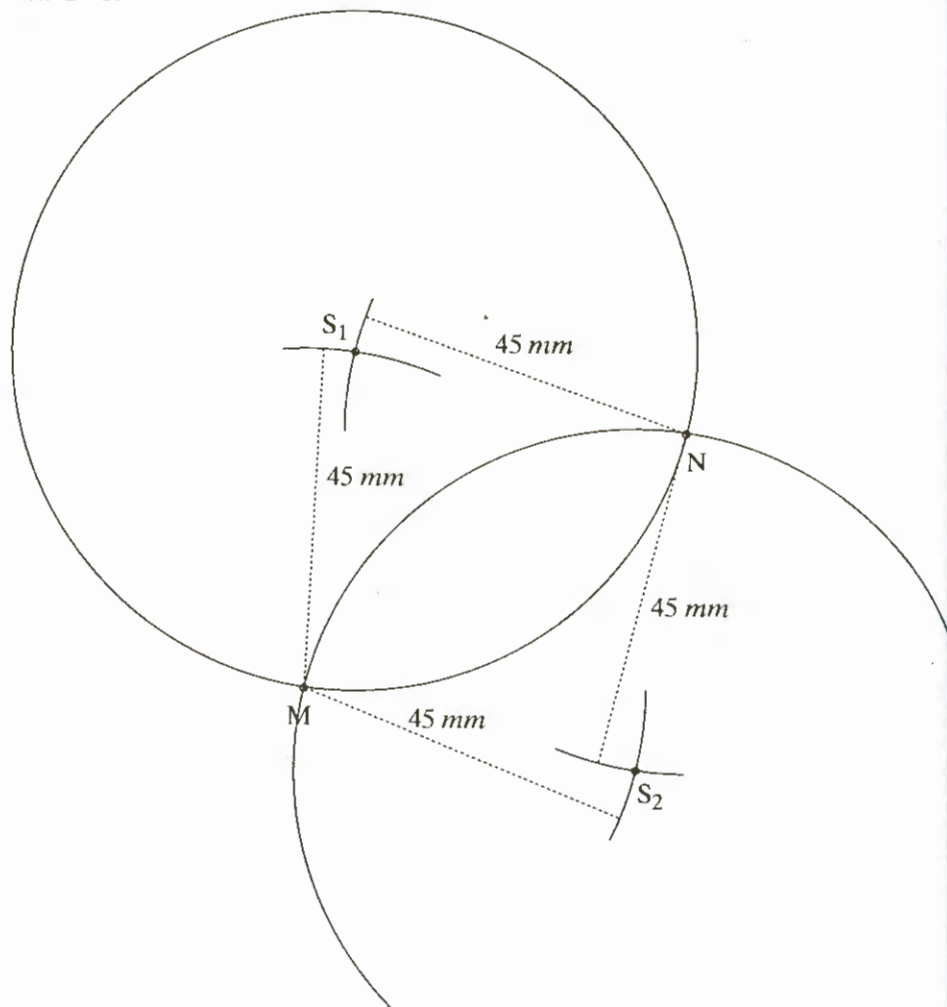
39.: $x \cdot x + 1200 \leq 1600$

Stranica hiše lahko meri največ 20 m.

25.:

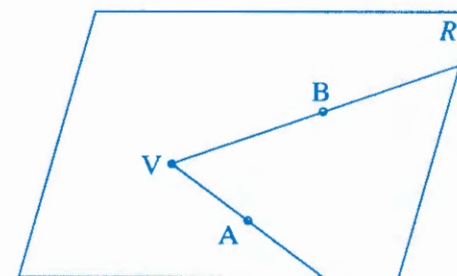


26.: Dve.



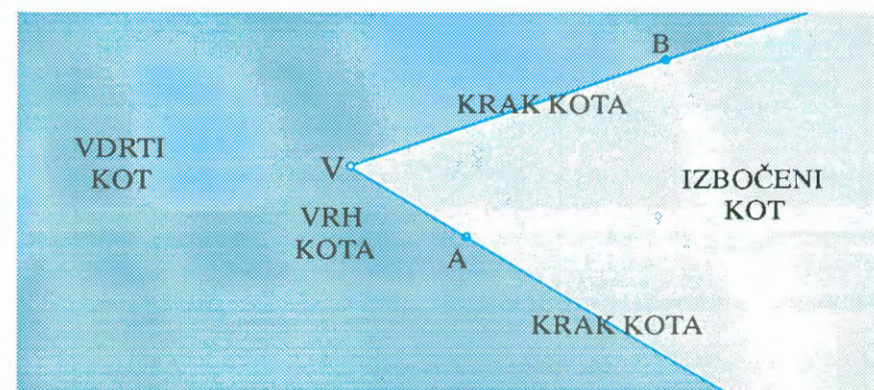
KOT

Na ravnini R sta poltraka $[V, A)$ in $[V, B)$, ki imata skupno izhodišče V .



Ta dva poltraka razdelita ravnino na dve množici točk. Ena množico imenujemo **izbočeni kot**, drugo pa **vdrti kot**. Poltraka pripadata eni in drugi množici ter ju imenujemo **kraka kota**.

Skupno izhodišče obeh poltrakov pa imenujemo **vrh kota**. Kot sestavljajo točke v notranjosti in na meji.



Kote označujemo tako, da navedemo dve poljubni točki, ki ležita na krakih in vrh, ki ga zapišemo med obe točki ($\sphericalangle AVB$, $\sphericalangle AVB$). Kateri kot imamo v mislih (izbočeni ali vdrti), nam povesta znaka $\sphericalangle$ in $\sphericalangle$.